

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE PROTOTIPO PARA PRUEBAS DE CARGA Y
EVALUACIÓN DE LAS DEFORMACIONES ELÁSTICAS EN CERCHAS**

**DURÁN SANTOS BRYAN STEVENS
NARVÁEZ GODOY RUDY HERNÁN**

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Civil

**CORPORACIÓN UNIVERSITARIA MINUTO DE DIOS
SEDE CUNDINAMARCA CENTRO REGIONAL GIRARDOT
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA CIVIL
GIRARDOT - CUNDINAMARCA
2017**

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE PROTOTIPO PARA PRUEBAS DE CARGA Y
EVALUACIÓN DE LAS DEFORMACIONES ELÁSTICAS EN CERCHAS**

**DURÁN SANTOS BRYAN STEVENS
NARVÁEZ GODOY RUDY HERNÁN**

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Civil

GULFO MENDOZA ALDEMARO

Ingeniero Civil

**CORPORACIÓN UNIVERSITARIA MINUTO DE DIOS
SEDE CUNDINAMARCA CENTRO REGIONAL GIRARDOT
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA CIVIL
GIRARDOT - CUNDINAMARCA**

2017

Resumen

El presente proyecto se formuló desde un enfoque práctico en el estudio de conceptos teóricos fundamentales para entender el comportamiento elástico de las estructuras tipo cerchas, basados en las propiedades de los materiales con los cuales se construye. La propuesta se centró en brindar la posibilidad de comparar resultados reales con resultados teóricos, mediante la medición de cargas y deformaciones a través de instrumentos de precisión en modelos de cerchas seleccionados. Complementando esto con un medio electrónico que permite calcular su solución. A partir de lo anterior se formulan diferentes pruebas que facilitarán y enriquecerán el estudio del análisis de estructuras, específicamente en el campo de las cerchas. La metodología utilizada para el desarrollo de este proyecto es del tipo descriptiva experimental, bajo un enfoque cuantitativo desarrollado mediante la técnica de la sistematización de observaciones y el método del ensayo-error.

Palabras clave: análisis de estructuras, cerchas, análisis matricial y prototipo.

Abstract

The present project was formulated from a practical approach in the study of fundamental theoretical concepts to understand the elastic behavior of truss structures, based on the properties of the materials with which it is constructed. The proposal focused on the possibility of comparing real results with theoretical results, by measuring loads and deformations through precision instruments in models of selected trusses. Complementing this with an electronic medium that allows you to calculate your solution. From the above, different tests are formulated that will facilitate and enrich the study of structural analysis, specifically in the field of trusses. The methodology used for the development of this project is of the experimental descriptive type, under a quantitative approach developed through the technique of the systematization of observations and the trial-error method.

Keywords: structure analysis, trusses, matrix analysis and prototype.

Dedicatorias

El presente proyecto de grado se la dedico a mi familia que gracias a su apoyo pude concluir mi carrera.

A mis padres y hermanos por su apoyo y confianza en todo lo necesario para cumplir mis objetivos.

A mi madre por brindarme los recursos necesarios y estar a mi lado apoyándome y aconsejándome siempre, por hacer de mí una mejor persona a través de sus consejos, enseñanzas y amor.

A mi hermana y sobrina por estar siempre presentes, acompañándome.

A todo el resto de familia y amigos que de una u otra manera me han llenado de sabiduría para terminar el proyecto de grado.

A todos en general por darme el tiempo para realizarme profesionalmente.

Rudy Hernán Narvárez Godoy

Quiero dedicar este trabajo especialmente a mi madre Luz Irene Santos, por ser un ejemplo en mi vida y un modelo a seguir, de ti aprendí que para conseguir lo que me propongo se requiere esfuerzo y dedicación, el amor a las cosas que hacemos es importante para que se materialicen

Bryan Stevens Durán Santos

Agradecimientos

Gracias a dios por permitirme tener y disfrutar este momento con mi familia, gracias a mi familia por apoyarme en cada decisión y proyectó, gracias a la vida porque cada día me demuestra lo hermosa que es la vida y lo justa que puede llegar a ser; gracias a mi madre por permitirme cumplir con excelencia en el desarrollo de este proyecto de grado. Gracias por creer en mí y gracias a dios por permitirme vivir y disfrutar cada día.

No ha sido sencillo, pero gracias a sus aportes, a su amor y a su inmenso apoyo, lo complicado de lograr esta meta se ha notado menos. Gracias mi hermosa madre.

Gracias a nuestro tutor y al profesor Federico que fue de un gran apoyo para poder avanzar y culminar nuestra proyecto de grado con excelencia.

Deseo expresarles de todo corazón que mis ideales, esfuerzo y logro han sido también suyos y constituye el legado más grande que pudiera recibir. Con cariño admiración y respeto

Rudy Hernán Narvárez Godoy

A mi madre, por su amor y su apoyo incondicional que fueron los pilares más importantes para mi formación académica y llegar a cumplir este sueño.

A mi novia Camila, por su amor y compañía, encontrando a su lado el apoyo necesario para continuar, a pesar de las dificultades.

A mi familia en general, por extenderme su mano en situaciones difíciles.

A todos los Docentes de la Universidad Minuto de Dios regional Girardot, quienes con su experiencia y sabiduría forjaron el criterio profesional con el cual me podré desempeñar en el futuro.

Al Ing. Aldemaro Gulfo asesor de esto proyecto, sus opiniones y consejos contribuyeron con la elaboración del presente.

A los profesores Federico Jiménez y Mariana Ariza quienes también aportaron su granito de arena.

A mis amigos, colegas y compañeros con quienes compartí buenos momentos en mi vida universitaria.

Gracias a todos.

Bryan Stevens Durán Santos

Tabla de Contenido

Introducción	18
1. Planteamiento del Problema	19
1.1. Pregunta problema	19
1.2. Formulación del problema	19
2. Justificación	21
3. Objetivos	22
3.1. Objetivo General	22
3.2. Objetivos Específicos.....	22
4. Marcos de Referencia	23
4.1. Marco Teórico.....	23
4.1.1. Sistema de Fuerzas.....	24
4.1.2. Equilibrio estático y diagramas de cuerpo libre.....	25
4.1.3. Sistemas bidimensionales de fuerzas.....	26
4.1.4. Composición de una estructura del tipo armadura.....	27
4.1.4.1. Estructura.	27
4.1.4.2. Armadura o cercha.	28
4.1.4.3. Elementos estructurales en armaduras.....	29
4.1.4.4. Soportes o apoyos.	31
4.1.4.5. Armaduras convencionales.....	33
4.1.4.6. Estabilidad y determinación.	36
4.1.4.7. Estabilidad y determinación totales en una armadura.....	36
4.1.4.8. Propiedades físicas de los materiales para elementos de armaduras o cerchas.	37
4.1.4.8.1. Esfuerzo normal o axial.	37

4.1.4.8.2. Deformación unitaria en condiciones de carga axial.....	38
4.1.4.8.3. Relación entre el esfuerzo y la deformación unitaria.....	40
4.1.5. Modulo elástico o elasticidad lineal.....	42
4.1.5. Cálculo de las deformaciones en elementos sometidos a esfuerzos axiales.	43
4.1.6. Método de análisis de las fuerzas.....	45
4.1.6.1. <i>Método de análisis de los desplazamientos.</i>	45
4.1.7. Análisis matricial de armaduras.....	45
4.1.7.1. <i>Matriz de rigidez y flexibilidad.</i>	46
4.1.7.2. <i>Matriz de rigidez para un resorte elástico</i>	48
4.1.7.3. <i>Matriz de coordenadas para elementos de cerchas planas.</i>	51
4.1.7.4. <i>Matriz de superposición.</i>	53
4.1.8. Solución matricial por el método de los desplazamientos.....	55
4.1.8.1. <i>Matriz de fuerzas internas en elementos de cerchas planas.</i>	56
4.2. Estado del arte.....	56
4.2.1. Revisión documental.....	57
5. Metodología	61
5.1. Fases del proyecto.....	61
5.1.1. Determinación de los elementos constitutivos del prototipo.	61
5.1.2. Diseño de los soportes.	65
5.1.3. Diseño con factores de carga y resistencia (LRFD) y diseño por esfuerzos admisibles (ASD).	66
5.1.4. Longitud efectiva de una columna por restricciones en sus extremos.....	67
5.1.5. Fórmulas para el cálculo de la resistencia en columnas cortas.	68
5.1.6. Área de la placa base.....	69
5.1.7. Espesor de la placa base.....	73

	10
5.1.8. Placas de apoyo superior.....	73
5.1.9. Uniones soldadas.	73
5.1.10. Placa de contrapiso.	74
5.1.11. Revisión de la estabilidad en los modelos de cercha escogidos.	75
5.1.11.1. <i>Cercha tipo techo básica.</i>	76
5.1.11.2. <i>Cercha tipo techo Howe.</i>	77
5.1.11.3. <i>Cercha tipo techo Warren.</i>	78
5.1.11.4. <i>Cercha tipo puente Howe.</i>	79
5.1.11.4. <i>Cercha tipo puente Parker</i>	80
5.1.11.5. <i>Cercha tipo puente Baltimore.</i>	81
5.1.12. Plano del prototipo.....	81
5.1.13. Diseño de las hojas de cálculo en Excel mediante métodos matriciales.....	84
5.1.14. Interfaz de inicio.	84
5.1.15. Planteamiento de la matriz de elementos de cercha plana.....	90
4.1.16. Planteamiento de la matriz de superposición.....	96
5.1.17. Planteamiento de la solución matricial.	98
5.1.18. Planteamiento de la matriz de fuerzas internas.....	104
5.2. Proceso constructivo	106
5.3. Comparación de los resultados teóricos y reales de las deformaciones.....	114
5.3.1. Prueba cercha tipo techo básica.	115
5.3.2. Prueba cercha Howe tipo techo.....	117
5.3.3. Prueba cercha Warren tipo techo.	119
5.3.4. Prueba cercha Howe tipo puente.....	121
5.3.5. Prueba cercha Parker tipo puente.....	124
5.3.6. Prueba cercha Baltimore tipo puente.	126

5.4. Diseño de las pruebas.....	128
5.4.1. Comprobación del módulo elástico del material.	129
5.4.2. Dibujo de la catenaria o curva elástica.	129
5.4.3. Efecto de la simetría o asimetría de cargas para una misma cercha.	130
6. Conclusiones.....	131
7. Recomendaciones	132
Referencias Bibliográficas	133
Anexos	135

Lista de Figuras

Figura 1: Diagrama de cuerpo libre	26
Figura 2: Cercha plana	29
Figura 3: Cercha como conjunto de elementos finitos conectados mediante nodos.....	30
Figura 4: Nombres de los elementos que componen una cercha	30
Figura 5: Esquematizado de reacciones y apoyos	32
Figura 6: Esfuerzo de una barra sometida a una fuerza axial	38
Figura 7: Deformación axial de una barra	39
Figura 8: Diagrama Esfuerzo – Deformación de un material	41
Figura 9: Deformación axial de un resorte	44
Figura 10: Resorte con los extremos libres y cargado axialmente.....	49
Figura 11: Resorte con el extremo final restringido	49
Figura 12: Resorte con el extremo inicial Restringido	50
Figura 13: Ejes Generales y locales de una barra de cercha plana	52
Figura 14: Principio de superposición para dos resortes conectados.....	53
Figura 15: Longitud efectiva para el soporte del prototipo de prueba de carga	67
Figura 16: Flexión de la placa base en el área fuera de la columna.....	70
Figura 17: Planta con dimensiones Teóricas de la placa base	71
Figura 18: Cercha tipo techo básica.....	76
Figura 19: Cercha tipo techo Howe	77
Figura 20: Cercha tipo techo Warren.....	78
Figura 21: Cercha tipo puente Howe.	79
Figura 22: Cercha tipo puente Parke.....	80
Figura 23: Cercha tipo puente Baltimore.....	81
Figura 24: Plano de la columna vista en planta	82
Figura 25: Plano de la columna vista en alzado.....	83
Figura 26: Interfaz de inicio para hoja de cálculo.....	85
Figura 27: Formulación para el cálculo del área de sección transversal del elemento	85

Figura 28:Lista de materiales disponibles en la hoja de cálculo.....	86
Figura 29:Opciones de la pestaña datos de Excel.....	86
Figura 30:Menú de opción validación de datos	87
Figura 31: Designar origen de datos	87
Figura 32:Rango de materiales	88
Figura 33:Menú desplegable de materiales en la interfaz de inicio.....	88
Figura 34:Formulación de la función Buscarv en Excel.....	89
Figura 35:Selección de la matriz de materiales para la función Buscarv en Excel	89
Figura 36:Formulación de la carga por nodo libre.....	90
Figura 37:Dimensiones de los elementos que componen la cercha.....	91
Figura 38: Cuadro de geometría y relaciones trigonométricas de los elementos que componen la cercha	92
Figura 39:Formulación para calcular el ángulo horizontal de un elemento de cercha plana.....	92
Figura 40: Formulación para calcular el valor del coseno del ángulo horizontal de un elemento de cercha plana	93
Figura 41:Formulación para calcular el valor del seno del ángulo horizontal de un elemento de cercha plana	93
Figura 42:Formulación para elevar al cuadrado el valor del coseno y el seno	93
Figura 43:Formulación para multiplicar el coseno por el seno.....	94
Figura 44:Formulación de la relación entre la sección transversal y la longitud del elemento	94
Figura 45:Matriz de transformación de coordenadas locales a globales en elementos de cercha plana sin ser multiplicada por la relación entre la sección transversal y la longitud del elemento	95
Figura 46: Formulación para multiplicar la matriz de transformación de coordenadas locales a globales en elementos de cercha plana por la relación entre la sección transversal y la longitud del elemento.....	96
Figura 47:Matriz de superposición para elementos de cercha plana	97
Figura 48:Selección del rango de datos de la matriz de superposición según el elemento	97
Figura 49:Selección del rango de datos de la matriz de elementos de cercha plana	98
Figura 50:Suma de matrices de superposición para la solución matricial	99
Figura 51:Formulación para calcular la inversa del elemento K_{nn}	99

Figura 52:Formulación para el cálculo del inverso del módulo elástico	100
Figura 53:Selección de las cargas aplicadas en los nodos libres	101
Figura 54:Formulación para calcular los desplazamientos en los nodos libres	102
Figura 55:Matriz para el cálculo de la fuerzas de reacción en los apoyos.....	103
Figura 56:Matriz para el cálculo de las fuerzas internas en elementos de cercha plana.....	104
Figura 57: Formulación para determinación de compresión o tensión en elementos de cercha plana.....	106

Lista de Tablas

Tabla 1: Dosificaciones de hormigo en volumen	75
Tabla 2: Información de prueba de carga cercha tipo techo Básica	115
Tabla 3: Información de prueba descarga cercha tipo techo Básica	116
Tabla 4: Información de prueba de carga cercha Howe tipo techo.....	117
Tabla 5: Información de prueba descarga cercha Howe tipo techo	118
Tabla 6: Información de prueba de carga cercha Warren tipo techo	119
Tabla 7: Información de prueba descarga cercha Warren tipo techo.....	120
Tabla 8: Información de prueba de carga cercha Howe tipo puente.....	121
Tabla 9: Información de prueba descarga cercha Howe tipo puente	123
Tabla 10: :Información de prueba de carga cercha Parker tipo puente.....	124
Tabla 11: Información de prueba descarga cercha Parker tipo puente	125
Tabla 12: Información de prueba de carga cercha Baltimore tipo puente	126
Tabla 13: Información de prueba descarga cercha Baltimore tipo puente.....	127

Lista de Gráficas

Gráfica 1: comportamiento ante la prueba de carga cercha tipo techo Básica.	115
Gráfica 2: comportamiento ante la prueba descarga cercha tipo techo Básica.....	116
Gráfica 3:comportamiento ante la prueba de carga cercha Howe tipo techo	117
Gráfica 4: comportamiento ante la prueba descarga cercha Howe tipo techo	118
Gráfica 5: comportamiento ante la prueba de carga cercha Warren tipo techo	120
Gráfica 6: comportamiento ante la prueba descarga cercha Warren tipo techo	121
Gráfica 7: comportamiento ante la prueba de carga cercha Howe tipo puente	122
Gráfica 8: comportamiento ante la prueba descarga cercha Howe tipo puente	123
Gráfica 9: comportamiento ante la prueba de carga cercha Parker tipo puente.....	125
Gráfica 10: comportamiento ante la prueba descarga cercha Parker tipo puente	126
Gráfica 11: comportamiento ante la prueba de carga cercha Baltmiore tipo puente.	127
Gráfica 13: comportamiento ante la prueba descarga cercha Baltmiore tipo puente	128

Tabla de ilustraciones

Ilustración 1: Cubierta cafetería Uniminuto Centro Regional Girardot.....	33
Ilustración 2: Cubierta PROGRAL Girardot Cundinamarca	33
Ilustración 3: Puente peatonal Ricaurte Cundinamarca	34
Ilustración 4: Puente férreo entre Girardot Cundinamarca y Flandes Tolima	34
Ilustración 5: Puente vehicular entre La Dorada y Puerto Salgar Tolima	35
Ilustración 6:Modelo de soporte utilizado en el prototipo	62
Ilustración 7:Dinamómetro digital.....	63
Ilustración 8:Comparador de caratula digital y base magnética	64
Ilustración 9:Computador y mueble.....	65
Ilustración 10: Marcado de niveles de referencia	107
Ilustración 11:Mezcla de materiales para el concreto.....	107
Ilustración 12:Nivelación del concreto con llana metálica	108
Ilustración 13:Placa fundida	108
Ilustración 14: Aplicación de soldadura epóxica	110
Ilustración 15: Columnas instaladas y ancladas.....	110
Ilustración 16: Proceso de unión con soldadura del soporte para la base magnética	111
Ilustración 17: Tubos cortados para las pesas.....	112
Ilustración 18:Figurado de los ganchos	112
Ilustración 19: Aplicación de soldadura epóxica para instalación de ganchos.....	113
Ilustración 20:Perforación para instalación del mueble del computador.....	114

Introducción

El comportamiento de una estructura se puede predecir utilizando fundamentos teóricos que se basan en las propiedades físicas de los materiales utilizados. Actualmente existen diferentes tipos de programas que calculan su respuesta ante la aplicación de cargas de manera inmediata. Estos pueden resultar bastante prácticos, aunque su adquisición es de un orden económico considerable.

En ese orden de ideas es importante conocer y tener claro los conceptos con los cuales se desarrollaron y para tal fin el método más utilizado en su desarrollo es el análisis matricial; este conocimiento puede traducirse en la elaboración de cálculos sin la necesidad de adquirir un programa como los que se encuentran actualmente en el mercado, en este punto es importante precisar que hoy día se puede desarrollar un medio informático mediante el uso de programas más básicos como Microsoft Excel, pero en cualquiera de los dos casos, bien sea que se analicen las estructuras por medio de un programa adquirido en el mercado o mediante el estudio y la investigación, se considera que la segunda opción tendría un mayor efecto en la formación del criterio de los futuros ingenieros civiles, al brindar la posibilidad de comparar estos cálculos con situaciones reales.

Es entonces donde surge la idea de diseñar y construir un prototipo de prueba que estudie las estructuras desde los dos puntos de vista. En este caso se estudiaron cerchas, buscando ampliar la perspectiva del análisis estructural, asignatura de suma importancia en el pensum del programa de Ingeniería Civil. El presente proyecto tuvo como resultado principal una herramienta didáctica que busca incentivar el interés del estudiante mediante la experimentación en este campo de estudio.

1. Planteamiento del Problema

1.1. Pregunta problema

¿Para qué desarrollar un prototipo para pruebas de carga en distintos modelos de cerchas que permita dar un enfoque práctico al estudio de sus deformaciones, comparando las deformaciones reales con las teóricas mediante la utilización del análisis matricial?

1.2. Formulación del problema

Actualmente la Corporación Universitaria Minuto de Dios Centro Regional Girardot, tiene en proceso de formación a quinientos sesenta y ocho estudiantes en el programa de Ingeniería Civil, quienes disponen de varios recursos académicos como los laboratorios que permiten desarrollaren un enfoque práctico, los conceptos teóricos impartidos en algunas de las asignaturas de ciencias aplicadas, mejorando con esto el proceso de aprendizaje y generando el pensamiento científico de los estudiantes basado en la experimentación.

Sin embargo existen temas que sólo se abordan desde el contexto teórico, como es el caso del análisis estructural, debido a que pocos equipos de laboratorio están enfocados a este fin. Específicamente no se dispone de un equipo que permita observar el comportamiento elástico entre modelos teóricos y modelos reales de estructuras tipo cerchas sometidos a pruebas de carga. La falta de experimentación puede conducir errores en la deducción del comportamiento de los materiales usados para los elementos que componen estructuras. Esta posibilidad puede traer consecuencias negativas a la hora elaborar el diseño de los elementos estructurales en la etapa de estudios previos de cualquier proyecto.

Un trabajo de este tipo sienta un importante precedente en lo que respecta a las posibilidades reales de aportar desarrollos tecnológicos originales a la región por parte del

programa de Ingeniería Civil en la Corporación Universitaria Minuto de Dios Centro Regional
Girardot.

2. Justificación

Este proyecto pretende limitar la brecha que existe entre los cálculos teóricos y la experimentación práctica en el desarrollo de análisis de carga para estructuras tipo cerchas basados en las propiedades físicas de los materiales que componen cada uno de los elementos que forman en conjunto la estructura. La hipótesis que se pretende demostrar en este trabajo es que los errores en la deducción del comportamiento de los materiales usados para los elementos estructurales se evitan con la utilización de un prototipo de pruebas de carga para realizar los análisis estructurales.

El alcance de esta investigación está orientado al beneficio de los estudiantes del programa de Ingeniería Civil de la Corporación Universitaria Minuto de Dios Regional Girardot. En efecto este prototipo, al igual que el texto que documenta su desarrollo, servirá como material didáctico para generar una visión más amplia de los conceptos impartidos en las asignaturas de mecánica estática, mecánica de materiales y análisis estructural.

El presente trabajo puede servir como base para la elaboración más investigaciones que involucren temáticas del ámbito estructural. La importancia de esta investigación radica, por tanto, en su utilidad práctica y teórica.

3. Objetivos

3.1. Objetivo General

Desarrollar un prototipo para pruebas de carga en distintos modelos de cerchas que permita dar un enfoque práctico al estudio de sus deformaciones, comparando las deformaciones reales con las teóricas mediante la utilización del análisis matricial.

3.2. Objetivos Específicos

1. Estudiar las configuraciones de cerchas y seleccionar los modelos a utilizar.
2. Ejecutar análisis comparativos entre deformaciones teóricas y los resultados reales que arrojen los modelos de cercha escogidos.
3. Diseñar un conjunto de pruebas que conformen los distintos laboratorios a ejecutarse en la futura utilización del prototipo durante la actividad.

4. Marcos de Referencia

4.1. Marco Teórico

Este marco teórico parte desde la definición de una fuerza y el concepto de equilibrio estático, tomando como referentes la mecánica estructural de los autores Bedford (2000), abordando, también, la definición y composición de una armadura o cercha.

Se estructuraron todos los conceptos y definiciones de manera ordenada partiendo desde lo básico hacia lo más complejo. Este marco teórico está basado, de este modo, en los planteamientos de las propiedades físicas de los materiales, contemplando el modulo elástico de los mismos orientados por los conceptos de la mecánica de materiales de los autores Beery Johnston (2001). Ahora bien, teniendo en cuenta que el módulo elástico es fundamental para los conceptos de rigidez y flexibilidad expuestos en la mecánica de materiales por los autores Gere y Timoshenko (1974); los desarrollos de estos últimos autores también hacen parte de este ejercicio en materia de marco conceptual. En efecto, estos conceptos son la base que describe de manera teórica las deformaciones elásticas presentadas en los elementos estructurales.

Se investigaron, entre tanto, los procesos de análisis matricial que predicen cuál será el comportamiento que tendrá la estructura como un conjunto de elementos finitos, utilizando como medio, modelos matemáticos calculados en plantillas de Excel. Para esto se consideraron las definiciones del análisis estructural de los autores Jack McCoorman (2010) y Jairo Uribe Escamilla (2000), siendo este último el principal referente para el planteamiento de las hojas de cálculo.

A partir de lo anterior se pretende justificar teóricamente la experimentación con situaciones reales a una dimensión propia de los elementos y espacios disponibles, lo que podrá concluir en la observación física de los fenómenos que se pueden presentar.

En pruebas de carga practicadas a las estructuras de dimensiones reales se utilizan instrumentos topográficos pero por la naturaleza de las dimensiones adoptadas en las cerchas utilizadas, se hizo necesario la adquisición de un dispositivo que permitiera medir las deformaciones elásticas de manera precisa, las cuales toman valores menores al milímetro. La conformación de un prototipo de pruebas de carga que toma en cuenta todos los puntos mencionados constituyó el producto final que permitió orientar el enfoque práctico basado en la experimentación.

4.1.1. Sistema de Fuerzas.

Las fuerzas se pueden relacionar según Bedford (2000) con actividades cotidianas como tirar, halar o empujar. Igualmente de manera analítica y para efectos de poder realizar cálculos se representan dichas fuerzas como vectores o flechas que tienen magnitud y sentido definidos o que mediante procesos de análisis se definen. Una fuerza puede estar contenida en un plano o en un espacio, entendiendo que los planos pueden ser áreas planas y los espacios se pueden interpretar como la intersección de dos o más planos. Para el presente documento solo se tendrán en cuenta las fuerzas contenidas en un plano con un origen de coordenadas ortogonales definido.

En los procesos de análisis de fuerzas se pueden presentar diferentes tipos que varían en su apreciación dependiendo del campo de aplicación y la escala en la que estén incluidas. También se dice que según Bedford (2000) las fuerzas pueden ser internas o externas dependiendo de que estas sean ejercidas de un cuerpo a sí mismo u otros cuerpos

respectivamente. Una de las fuerzas más conocidas en el campo de aplicación de la ingeniería es la fuerza ejercida sobre un cuerpo que experimenta los efectos de la aceleración gravitacional sobre su masa. Estos principios fueron publicados por Isaac Newton en 1687 en su obra *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* mediante las tres leyes de movimiento que expresadas en términos modernos según Bedford (2000, p. 99) son:

- Cuando la suma de las fuerzas que actúan sobre una partícula es igual a cero su velocidad es constante. En particular si inicialmente la partícula se halla en reposo, permanecerá en reposo.
- Cuando la suma de las fuerzas que actúan sobre una partícula no es igual a cero, la suma de las es igual a la razón del cambio de la cantidad de movimiento de la partícula. Si la masa es constante, la suma de las fuerzas es igual al producto de la masa de la partícula y su aceleración.
- Las fuerzas ejercidas por dos partículas entre si son iguales en magnitud y opuestas en dirección.

4.1.2. Equilibrio estático y diagramas de cuerpo libre.

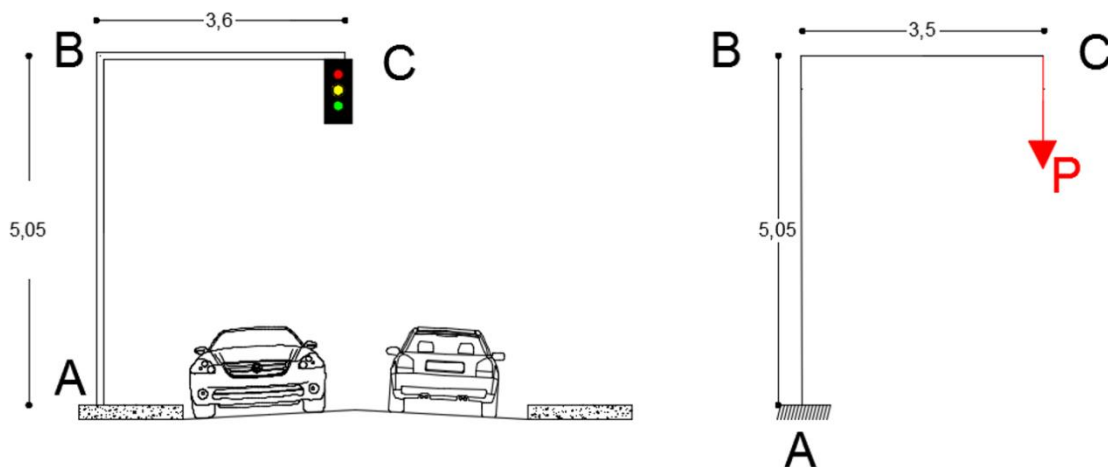
El equilibrio estático está directamente relacionado con las leyes del movimiento de Newton, que definen la condición para la cual los cuerpos permanecen en reposo. Según Bedford (2000, p. 84) para poder determinar fuerzas desconocidas que podrían ser las reacciones a partir de algunas conocidas, se debe adoptar “la suma vectorial de las fuerzas como iguales a cero representando esto mediante la ecuación,

$$\sum F = 0$$

Seguido de la elaboración de un dibujo que represente mediante vectores y líneas los cuerpos involucrados”, aplicando los siguientes pasos(Bedford, 2000):

- Identificar el cuerpo por aislar.
- Dibujar un croquis del cuerpo aislado de su entorno y mostrar los ángulos y dimensiones pertinentes.
- Dibujar los vectores que representan todas las fuerzas externas que actúen sobre el cuerpo aislado y designarlos apropiadamente.

Figura 1: Diagrama de cuerpo libre



Fuente: propio.

4.1.3. Sistemas bidimensionales de fuerzas.

Cuando las fuerzas se encuentran contenidas en un mismo plano, a su vez está referenciado un sistema de coordenadas ortogonales, y entonces se asume la ecuación de equilibrio en cada una de sus direcciones; para este caso basado en las notaciones más usadas en el campo de la ingeniería se asumirán las horizontales como dirección (x) y las verticales como

dirección (y), positivos hacia la derecha y arriba respectivamente, de lo cual se puede deducir las siguientes ecuaciones:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

4.1.4. Composición de una estructura del tipo armadura

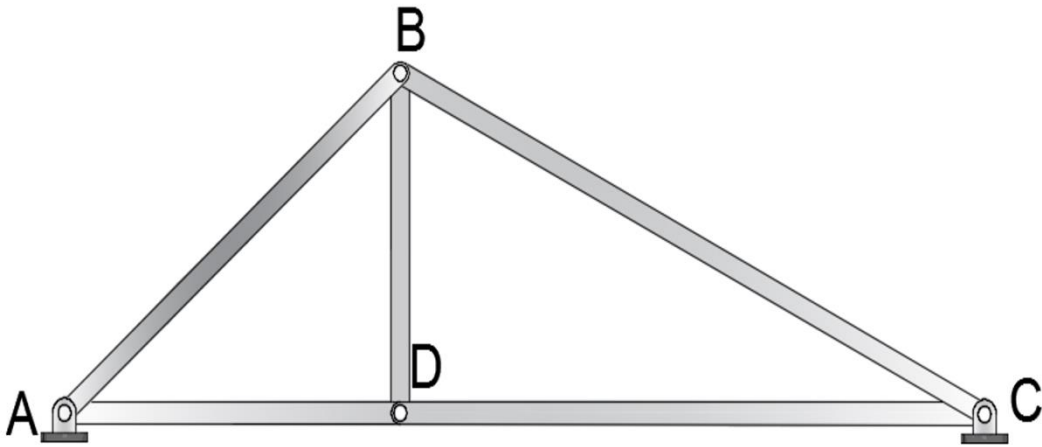
4.1.4.1. Estructura.

Las estructuras son la respuesta a la necesidad de estabilidad en las construcciones y basado en los conceptos de Uribe (2000, p. 8) “se pueden clasificar por su uso o disposición final, siendo las más comunes las construcciones para vivienda, servicios de atención a la comunidad, transporte, contención de cuerpos de agua o suelo, industria entre otros”. Por su sistema estructural se pueden clasificar en estructuras retículas, laminares, masivas y especiales. Las que hacen parte del grupo de estructuras reticulares, que según Uribe (2000, p. 8) “se pueden dividir en dos sub grupos, armaduras y pórticos o marcos”. Para el alcance del presente documento solo se tendrán en cuenta las armaduras.

4.1.4.2. Armadura o cercha.

El inicio de los diseños de las armaduras es desconocido, pero según McCorman (2010, p. 117) “se le atribuyen estos aportes al arquitecto italiano Andrea Palladio quien elaboró un número considerable de notas arquitectónicas que incluían descripciones detalladas y dibujos de armaduras en madera”.

Hoy en día es común ver armaduras, también conocidas como cerchas, en construcciones como puentes o cubiertas, elaboradas principalmente en materiales como la madera o el acero. De las armaduras también se puede decir que están dispuestas por elementos, generalmente “prismáticos, dispuestos de tal manera que el área encerrada dentro de la estructura queda subdividida en figuras geométricas, por lo general triángulos que se pueden considerar unidos mediante articulaciones sin fricción y con cargas aplicadas en dichas uniones o nudos” (Uribe, 2000, p. 8). Por esta razón sus elementos solo se verán sometidos únicamente a fuerzas axiales de tensión o de compresión. Finalmente cabe señalar que las armaduras pueden estar contenidas en un plano o un espacio. Para esta investigación se prestó importancia solo a las armaduras planas.

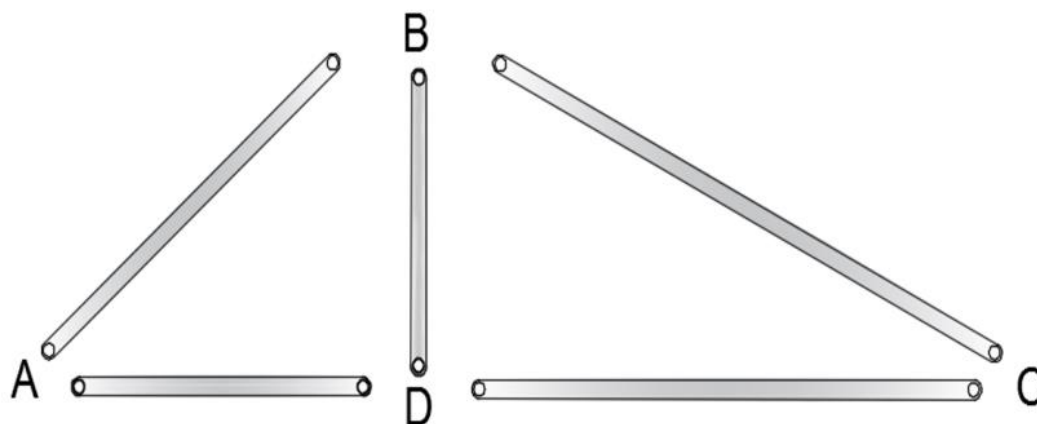
Figura 2: Cercha plana

Fuente: propia.

4.1.4.3. Elementos estructurales en armaduras.

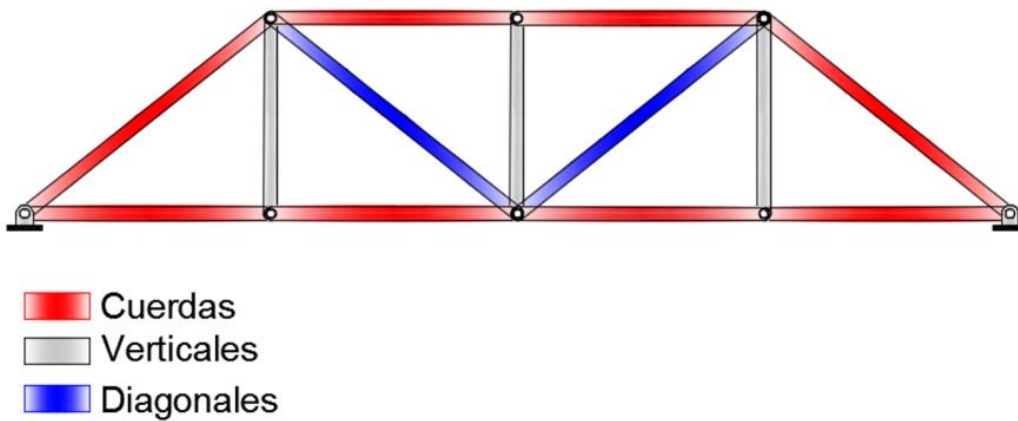
Las armaduras están constituidas por barras con un área transversal de dimensiones considerablemente pequeñas en comparación con su dimensión longitudinal. Las barras pueden tener diferentes orientaciones pero todas deben estar conectadas entre sí mediante nudos, lo que permite según Uribe (2009) analizar la estructura real mediante elementos de tamaño finito y propiedades conocidas. Las barras de una armadura pueden nombrarse basado en McCorman (2010, p. 119) “como cuerdas a las que componen el perímetro de la armadura. Verticales a los elementos con esta orientación. Diagonales a los que no se encuentren paralelos a los ejes ortogonales establecidos”.

Figura 3: Cercha como conjunto de elementos finitos conectados mediante nodos



Fuente: propia.

Figura 4: Nombres de los elementos que componen una cercha



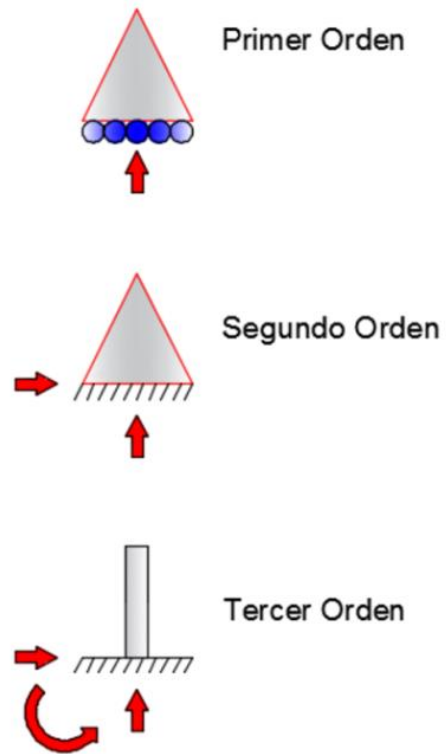
Fuente: propia.

4.1.4.4. Soportes o apoyos.

Se puede decir que todas las estructuras están apoyadas en la superficie de la tierra, de manera directa o indirecta. La manera directa es cuando está anclada al suelo y la segunda condición es que este soportada sobre otros elementos estructurales o superficies que dan soporte a la estructura. Estas condiciones de apoyo tienen establecida de manera gráfica y vectorial una representación e idealización de la reacción que cada apoyo ofrece a una estructura, y al tratarse de estructuras contenidas en un plano se tiene que basado en los conceptos de Uribe (2000) existen básicamente tres tipos, de primer orden, segundo orden y tercer orden.

En los de primer orden se pueden incluir rodillos o superficies lisas, los cuales se conocen comúnmente como apoyos simples y proveen solo una fuerza de reacción en sentido vertical. Los de segundo orden son los apoyos de articulaciones y superficies rugosas que reaccionan en las dos direcciones ortogonales pero permiten giros. En el tercer orden se ubican los apoyos empotrados los cuales se asumen con reacciones que impiden desplazamientos en las direcciones ortogonales y giros por momentos. Para el alcance en el presente documento se solo se utilizaran apoyos simples.

Figura 5: Esquematóric de reacciones y apoyos



Fuente: propia.

4.1.4.5. Armaduras convencionales.

Las armaduras son generalmente utilizadas para cubrir una luz o separación entre apoyos para estructuras de cubierta o techo y puentes. Existen varios modelos de armaduras, como se muestra a continuación:

Ilustración 1: Cubierta cafetería Uniminuto Centro Regional Girardot



Fuente: propia.

Ilustración 2: Cubierta PROGRAL Girardot Cundinamarca



Fuente: propia.

Ilustración 3: Puente peatonal Ricaurte Cundinamarca



Fuente: propia.

Ilustración 4: Puente férreo entre Girardot Cundinamarca y Flandes Tolima



Fuente: <http://mapio.net/pic/p-27823446/>

Ilustración 5: Puente vehicular entre La Dorada y Puerto Salgar Tolima



Fuente: <https://www.las2orillas.co/avances-en-obras-de-infraestructura-en-la-dorada/>

4.1.4.6. Estabilidad y determinación.

Es importante asegurar que las estructuras sean estables mediante un proceso de análisis que indique un nivel de confiabilidad. Uribe (2000, p. 11) define este análisis como “el proceso de estudiar su grado indeterminación, lo que hace referencia a la comparación del número de incógnitas sobre el número de ecuaciones disponibles para su solución”. Y que estas pueden ser en función de las fuerzas o desplazamientos, lo que sería indeterminación estática o indeterminación cinemática respectivamente.

4.1.4.7. Estabilidad y determinación totales en una armadura.

El grado estabilidad e indeterminación puede ser de orden interno o externo si se tiene en cuenta el análisis independiente de la armadura y sus apoyos. De la suma de esto se puede obtener el grado de indeterminación total. Pues según Uribe (2000, p. 17) “es el que finalmente importa en el proceso de análisis y la suma de estas indeterminaciones se puede reemplazar por medio de la ecuación”:

$$b = 2j - r_e$$

Donde,

b = Número de barras en la armadura

j = Número de nudos

r_e = Número de reacciones externas.

De no cumplirse esta condición se podrían presentar dos casos, uno el que el número de barras en la armadura sea menor que el calculado mediante la ecuación, lo cual indica que la estructura es inestable. El segundo caso es el contrario que indicaría que es indeterminada. Y la

diferencia entre los términos derecho e izquierdo de la ecuación establecerá el grado de indeterminación.

4.1.4.8. Propiedades físicas de los materiales para elementos de armaduras o cerchas.

4.1.4.8.1. Esfuerzo normal o axial.

Todo elemento estructural se verá sometido a la acción de las fuerzas o cargas impuestas en él. Dependiendo del material, la naturaleza y orientación de la fuerza, este responderá experimentando un esfuerzo, el cual puede ser para el caso de las armaduras, del tipo normal o axial. Esto hace referencia a la orientación de la carga que en este caso será paralelo al eje de longitudinal del elemento y con su aplicación en el centro de masa. Se tiene entonces que “la fuerza por unidad de área, o intensidad de las fuerzas distribuidas sobre una sección dada, se conoce como el esfuerzo en dicha sección” (Beer y Johnston, 2001, p. 3). Esto se puede complementar si se asume la condición de que tales fuerzas se distribuyen de modo continuo sobre la sección transversal, en forma análoga a la distribución continua de la presión hidrostática sobre una superficie horizontal sumergida (Timoshenko y James, 1974).

Por último se considera que el esfuerzo puede ser negativo o positivo dependiendo de que este esté cargado en tensión o compresión respectivamente y denota comúnmente con la letra griega sigma σ calculándose mediante la siguiente relación:

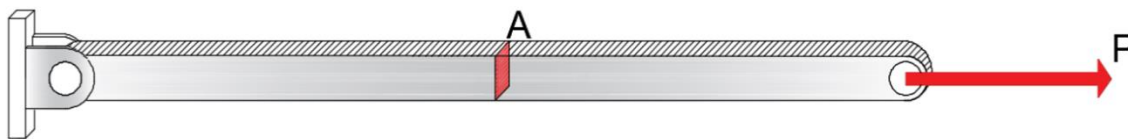
$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Donde,

P = fuerza aplicada.

A = área de la sección transversal del elemento.

Figura 6: Esfuerzo de una barra sometida a una fuerza axial



Fuente: propia.

4.1.4.8.2. Deformación unitaria en condiciones de carga axial.

Es necesario comprender que todos los elementos estructurales de una armadura se encuentran sometidos a carga axial y que esta condición de carga someterá a dichos elementos a esfuerzos que pueden ser de tensión o compresión. En el análisis de las propiedades físicas de los materiales de este tipo de elementos es importante tomar en consideración el hecho de que estos esfuerzos pueden generar deformaciones o variaciones en su dimensión longitudinal, manifestándose en términos comunes como el alargamiento o acortamiento del elemento aunque en algunos casos esto sea imperceptible a simple vista y por tanto sea necesario medir con equipos de alta precisión. Lo que se conoce según Timoshenko y James(1974) como la variación total en la longitud y se denota comúnmente con la letra griega delta δ , siempre que el material sea homogéneo en su sección y a lo largo de su eje longitudinal.

Aunque en algunas ocasiones, como para el caso del concreto reforzado, se llegue a una combinación de materiales, en estos casos se analizan por separado y se tiene en cuenta el conjunto como resultado. Entonces de acuerdo con Beer y Johnston(2001, p. 41) “se hace necesario utilizar una relación que defina la deformación por unidad de longitud del elemento,

conocida como deformación normal unitaria denotada con la letra griega épsilon ϵ y se calcula así:

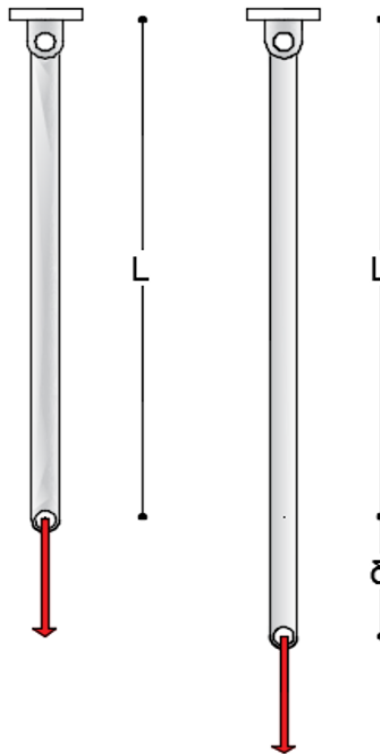
$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$

Donde,

δ = variación en la longitud

L = longitud inicial.

Figura 7: Deformación axial de una barra



Fuente: propia.

4.1.4.8.3. Relación entre el esfuerzo y la deformación unitaria.

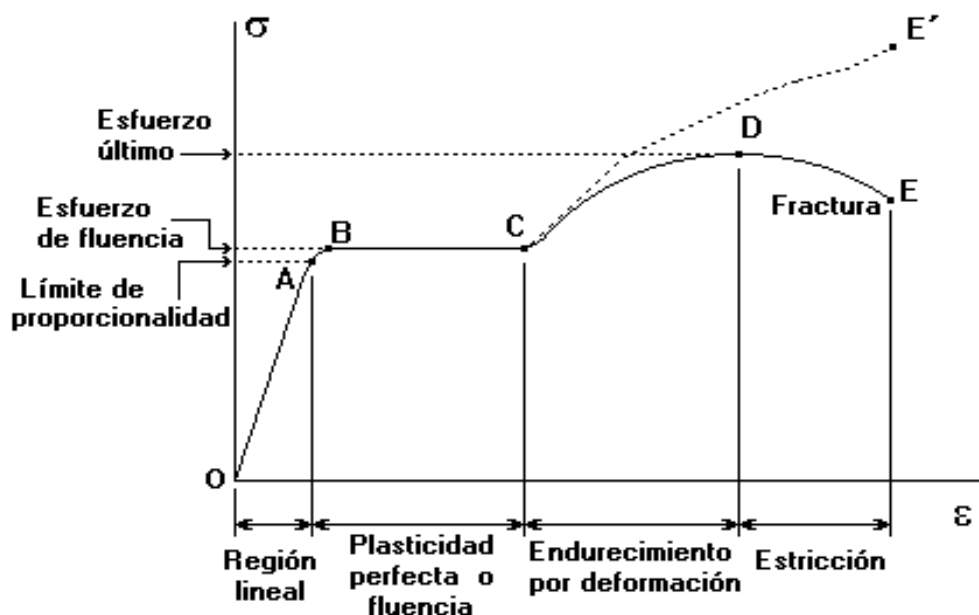
En los laboratorios de ingeniería se ha llegado a conclusiones que describen de manera general el posible comportamiento de los materiales bajo condiciones específicas, haciendo un poco más práctico el trabajo de campo mediante la normalización de materiales y ensayos. Uno de los grandes aportantes al conocimiento de las propiedades físicas de los materiales ha sido La Sociedad Americana de Ensayos y Materiales (ASTM). En Colombia se siguen las Normas Técnicas Colombianas NTC.

Entre los ensayos más comunes se conocen los de tensión y compresión axial, en los cuales según la norma y la máquina de ensayo tienen áreas transversales y longitudes establecidas. Se tienen en cuenta tanto la carga aplicada como la variación en su longitud inicial mediante equipos de precisión, calculando con estos datos el esfuerzo axial y la deformación unitaria, con lo cual se puede elaborar una gráfica que los relacione de manera directa, poniendo como abscisas las deformaciones a razón de las cargas aplicadas como ordenadas; según Timoshenko y James (1974) se conoce como el diagrama de esfuerzo – deformación y fueron creados por Jacob Bernoulli (1654 – 1705) y J. V. Poncelet (1788 – 1867).

El ejemplo más común de un diagrama de esfuerzo - deformación es el acero estructural a tensión. Este presenta unas regiones que definen su comportamiento y se explican según los conceptos de Timoshenko y James (1974, p. 12) inicialmente con una “línea recta desde origen hasta lo que se conoce como el límite de proporcionalidad. Hasta este punto el esfuerzo y la deformación unitaria son directamente proporcionales, esto hace referencia a que si uno aumenta o disminuye su magnitud el otro también aumentará o disminuirá respectivamente”. Esta zona del diagrama se conoce como región lineal.

Una vez se ha superado el límite de proporcionalidad del material este será susceptible a deformaciones considerables bajo la acción de cargas relativamente pequeñas estableciendo un tramo de esfuerzo casi que constante y por lo tanto se manifiesta gráficamente horizontal, esta zona se conoce como fluencia o cedencia, sufriendo allí deformaciones plásticas permanentes. Al seguir cargando una misma muestra y superar los estados anteriores se empieza a evidenciar un endurecimiento por deformación el cual modifica la estructura interna del material, llevando la gráfica nuevamente a una pendiente positiva hasta llegar a el esfuerzo último. De ahí en adelante el material es susceptible a la falla por ruptura.

Figura 8:Diagrama Esfuerzo – Deformación de un material



Fuente: <http://www.monografias.com/trabajos38/traccion-en-metales/traccion-en-metales.shtml>

4.1.5. Modulo elástico o elasticidad lineal.

En general los materiales utilizados para elementos estructurales presentan una región elástica lineal en el diagrama de esfuerzo – deformación, esta condición permite suponer que los elementos estructurales sufrirán pequeñas deformaciones, las cuales no serán permanentes siempre que no se superé el límite de proporcionalidad para cada material en particular. Esto se conoce principalmente como la Ley de Hooke o Modulo de Young; “la ley de Hooke, designada así en honor al célebre científico inglés Robert Hooke (1635 – 1703). Fue el primero que investigo las propiedades elásticas de los materiales y realizo pruebas de materiales tan diversos como metales, madera, piedra, huesos y tendones” (Timoshenko y James, 1974, p. 21); además estableció la relación con la cual el esfuerzo se puede calcular en función de la pendiente elástica del material utilizado así:

$$\sigma = E\epsilon$$

Donde,

E = Pendiente elástica del material

ϵ = Deformación Unitaria.

El módulo de Young, en honor al científico inglés Thomas Young. En relación con un estudio sobre tensión y compresión de barras prismáticas, Young introdujo la idea de un módulo elástico o medida de elasticidad. Sin embargo su módulo no era el que se utiliza actualmente. (Timoshenko y James, 1974, p. 22)

4.1.5. Cálculo de las deformaciones en elementos sometidos a esfuerzos axiales.

Las deformaciones en elementos de cerchas no solamente se pueden medir una vez se ha sometido un esfuerzo, sino que también se pueden calcular en función de su módulo de elasticidad si se toma la ecuación del esfuerzo en función del producto del módulo elástico por la deformación unitaria, reemplazando en ella el esfuerzo por la relación de la carga entre la sección transversal, la deformación unitaria por la relación entre la deformación y la longitud del elemento. Finalmente se despeja para la deformación real o la variación en la longitud del elemento. Llegando a la siguiente conclusión:

$$\delta = \frac{PL}{EA}$$

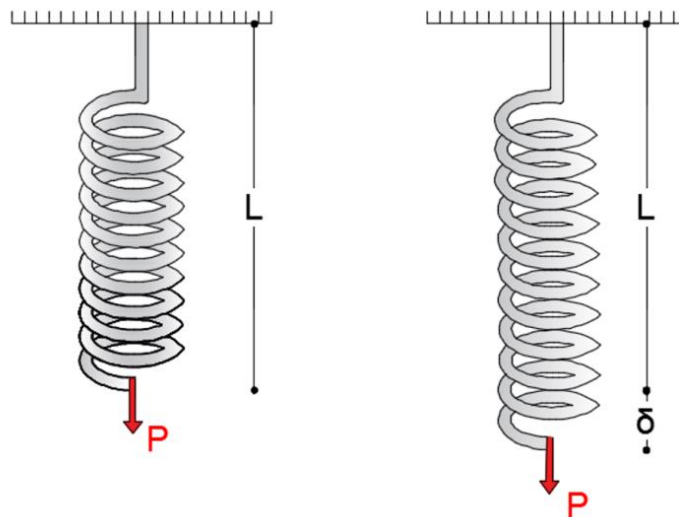
Esta ecuación señala que el alargamiento de una barra homogénea, constituida de material linealmente elástico, es directamente proporcional a la carga P y a la longitud L , e inversamente proporcional al módulo de elasticidad E y al área de la sección A . El producto de EA se conoce como rigidez axial de la barra. Por supuesto también puede emplearse para un miembro a compresión, en cuyo caso δ representa el acortamiento de la barra. (Timoshenko y James, 1974, p. 51)

Esta conclusión llevó también a consideraciones como las que establecen Timoshenko y James (1974), analizando las deformaciones en barras sometidas a esfuerzos axiales, similar al análisis de las deformaciones ocurridas en un resorte sometido un esfuerzo axial particularmente. Donde se dice que la constante del resorte k , es la fuerza requerida para producir un alargamiento unitario mediante la relación.

$$k = \frac{P}{\delta}$$

Definiendo también a la deformabilidad del resorte como el inverso de la constante del mismo. En los laboratorios de ingeniería actualmente es más común determinar estos conceptos como rigidez y flexibilidad en vez de constantes de resorte y deformabilidad respectivamente.

Figura 9: Deformación axial de un resorte



Fuente: propia.

Según Timoshenko y James (1974, p. 51)“La rigidez k de una barra cargada axialmente se define como la fuerza requerida para una deformación unitaria”. Si se despeja la ecuación de la deformación para hallar la rigidez del elemento se llega a la ecuación:

$$k = \frac{EA}{L}$$

La flexibilidad f se define como la deflexión producida por carga unitaria, a cual se puede calcular si nuevamente se despeja la ecuación de la deformación llegando a la ecuación.

$$f = \frac{L}{EA}$$

4.1.6. Método de análisis de las fuerzas.

Este método utiliza el concepto de flexibilidad en los elementos de estructuras estáticamente indeterminadas. De acuerdo con McCorman (2010) las fuerzas redundantes se pueden eliminar, obteniendo así una estructura que se puede resolver mediante el concepto de equilibrio de fuerzas. Planteando una ecuación de compatibilidad de deformaciones en cada sección en donde se ha excluido una fuerza redundante.

4.1.6.1. Método de análisis de los desplazamientos.

Es más conocido como método de la rigidez, se puede definir de manera general así:

Los desplazamientos de los nudos, necesarios para describir totalmente la configuración deformada de la estructura, se usan en un conjunto de ecuaciones simultáneas. Después de resolver estas ecuaciones y determinar los desplazamientos, estos se sustituyen en las relaciones fuerza-deformación de cada elemento para determinar diversas fuerzas internas. (McCorman, 2010, p. 433)

4.1.7. Análisis matricial de armaduras.

Se puede decir que en la actualidad, es más común el uso de computadores que el de calculadoras de bolsillo cuando se trata de analizar estructuras, más si se trata de aquellas que no

tienen solución mediante procedimientos estáticos, llevando a soluciones poco prácticas, las cuales requieren cálculos extensos. Es importante recordar los métodos con los cuales se elaboraron las bases de aquellos programas de modelamiento y análisis estructural pueden realizar cálculos complejos en cuestión de minutos. Uno de los métodos más utilizados en estos programas es el análisis matricial, que para efectos de este proyecto se utilizó en armaduras que se pueden analizar en un plano ortogonal, mediante la formulación de soluciones generales para los modelos escogidos como ejemplo, programando una hoja de cálculo en Microsoft Excel para cada caso.

4.1.7.1. Matriz de rigidez y flexibilidad.

De acuerdo con Uribe (2000, p. 414) “los métodos matriciales consisten en reemplazar la estructura real y continua, por un modelo matemático de una serie de elementos finitos”. Los cuales se pueden expresar en términos matriciales en función de las características elásticas de los materiales de los cuales están hechos estos elementos, sin superar el límite de fluencia de cada material y realizar un ensamble de todas las alternativas que se presentan individualmente en cada elemento. El proceso de análisis se puede definir conceptualmente en cuatro pasos a seguir:

1. Acción sobre la estructura.
2. Acción sobre los elementos.
3. Respuesta de los elementos.
4. Respuesta de la estructura.

Se entiende por acciones y respuestas como fuerzas y deformaciones respectivamente, su correspondiente relación se puede expresar en forma matricial así:

$$[\delta] = [C][F]$$

$$[F] = [K][\delta]$$

Donde,

[C] = matriz de flexibilidad.

[K] = matriz de rigidez.

En el caso de una estructura estable con número de nodos igual a n, tendrá unas fuerzas F_1, F_2, \dots, F_n , que actuarán en estos puntos provocando unas deformaciones $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$.

Calculando para cada desplazamiento, se obtendrá en el nudo i:

$$\delta_1 = c_{i1}F_1 + c_{i2}F_2 + \dots + c_{in}F_n$$

En donde c_{ij} representa la deflexión en el nudo i en la dirección de la carga aplicada en i, producida por una carga unitaria en el nudo j. Entonces si se realiza este procedimiento para cada desplazamiento se obtendrá en forma matricial la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ c_{1n} & c_{2n} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix}$$

Despejando el vector de fuerzas se puede obtener la siguiente expresión:

$$[F] = [C]^{-1}[\delta]$$

Si se compara con la ecuación (4.2) se puede confirmar que “la matriz de rigidez es el inverso de la matriz de flexibilidad y viceversa” (Uribe, 2000, p. 416).

$$[C]^{-1} = [K]$$

$$[K]^{-1} = [C]$$

Ampliando la ecuación (4.2) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix}$$

Asumiendo un valor para la deformación $\delta_1=1$ mientras que en $\delta_2 = \delta_n = 0$ de la matriz de rigidez resultará:

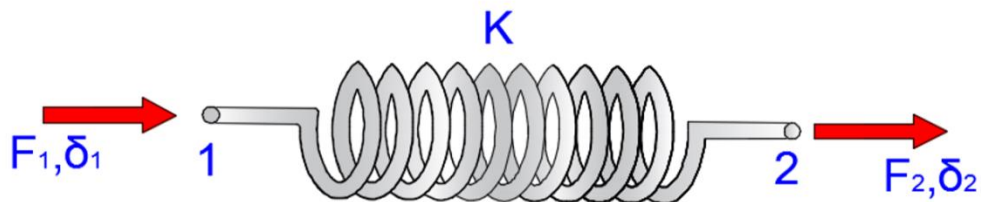
$$\begin{matrix} F_1 & k_{11} \\ F_2 & k_{21} \\ \vdots & \vdots \\ F_n & k_{n1} \end{matrix}$$

La primera columna representa las fuerzas necesarias para producir una deformación unitaria en el nudo 1, sin que se muevan los otros nudos. Similarmente la columna 2 representa las fuerzas necesarias para que el nudo 2 tenga una deflexión unitaria y todos los demás nudos permanezcan en su sitio, y así sucesivamente. (Uribe, 2000, p. 416)

4.1.7.2. Matriz de rigidez para un resorte elástico

El comportamiento de las deformaciones axiales en barras que componen una armadura tipo cercha se pueden analizar como las ocurridas en un resorte elástico, es por esto que según Uribe (2000) se puede explicar mediante el ejemplo expuesto a continuación:

Figura 10: Resorte con los extremos libres y cargado axialmente



Fuente: propia.

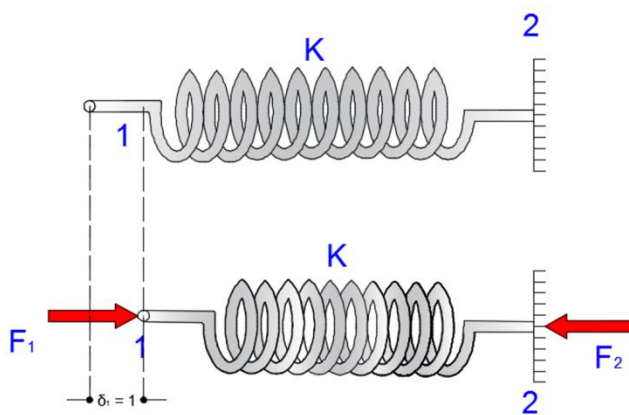
δ_1 y δ_2 representan los desplazamientos de los nudos en la dirección de las fuerzas aplicadas y k es la constante de rigidez del material del cual está compuesto el resorte. La matriz de rigidez será:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix}$$

Restringiendo el movimiento en uno de los dos nodos en cada caso se podrán obtener los valores de los términos en la ecuación anterior:

Caso a

Figura 11: Resorte con el extremo final restringido



Fuente: propia.

Para $\delta_1 = 1$ y $\delta_2 = 0$, operando la matriz resulta:

$$F_1 = k_{11}\delta_1 + k_{12}\delta_2 = k_{11}$$

$$F_2 = k_{21}\delta_1 + k_{22}\delta_2 = k_{21}$$

Se sabe que la fuerza aplicada en un nodo es igual al producto de la rigidez del material del resorte por el desplazamiento desarrollado en el mismo nodo, se tendrá entonces que:

$$F_1 = k\delta_1 = k$$

$$F_2 = -F_1 = -k$$

Igualando estos resultados se obtendrá:

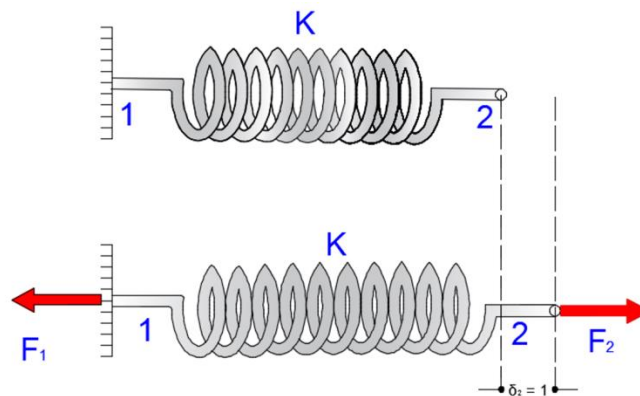
$$k_{11} = k$$

$$k_{21} = -k$$

Aplicando el procedimiento anterior para el siguiente nodo se hallaran los valores de la columna siguiente para la matriz de rigidez.

Caso b

Figura 12:Resorte con el extremo inicial Restringido



Fuente: propia.

Para $\delta_1 = 0$ y $\delta_2 = 1$, operando la matriz resulta:

$$F_1 = k_{11}\delta_1 + k_{12}\delta_2 = k_{12}$$

$$F_2 = k_{21}\delta_1 + k_{22}\delta_2 = k_{22}$$

Aplicando el principio físico para el material del resorte:

$$F_2 = k\delta_2 = k$$

$$F_1 = -F_2 = -k$$

Igualando los resultados:

$$k_{12} = -k$$

$$k_{22} = k$$

Finalmente se obtiene los valores para la matriz de rigidez del resorte:

$$[K] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Factorizando:

$$[K] = k \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

4.1.7.3. Matriz de coordenadas para elementos de cerchas planas.

Una cercha está compuesta de barras, conectadas entre sí para formar una estructura estable. En el análisis de estas barras se asume que solo tendrán acciones internas de compresión o tensión que pueden tener diferentes orientaciones, esto se debe tener en cuenta en el momento de calcular las fuerzas internas que actúan sobre cada miembro, pues se tendrá un sistema de ejes ortogonales para la estructura en general y un sistema de ejes ortogonales para cada miembro o locales lo que determinara la descomposición vectorial de las fuerzas internas.

Este problema se puede solucionar con la expresión matricial planteada por Uribe (2000) tomando como referencia el ángulo que se forma con el eje horizontal del sistema general de la estructura y el de cada elemento que la compone.

$$[K] = \frac{AE}{L} \begin{matrix} & \begin{matrix} u_i & v_i & u_j & v_j \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Dónde:

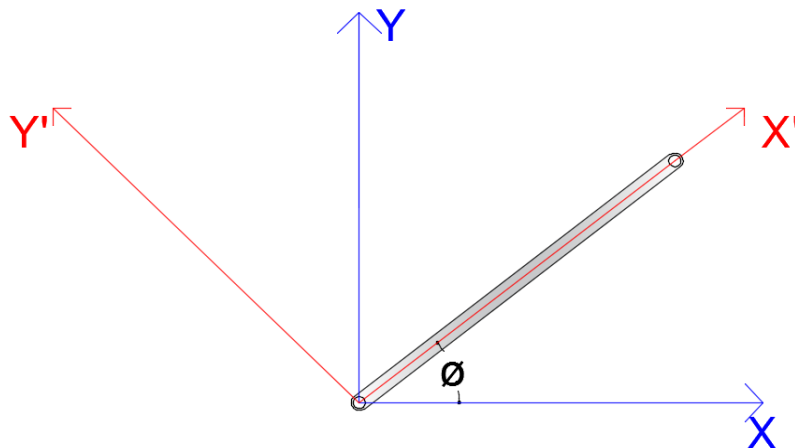
$$c^2 = \cos^2\Phi,$$

$$s^2 = \sin^2\Phi,$$

$$cs = (\cos\Phi)(\sin\Phi)$$

Las letras u y v hacen referencia a los posibles desplazamientos de los nodos en las direcciones x e y respectivamente, donde los subíndices i y j representan el nodo inicial y final.

Figura 13: Ejes Generales y locales de una barra de cercha plana



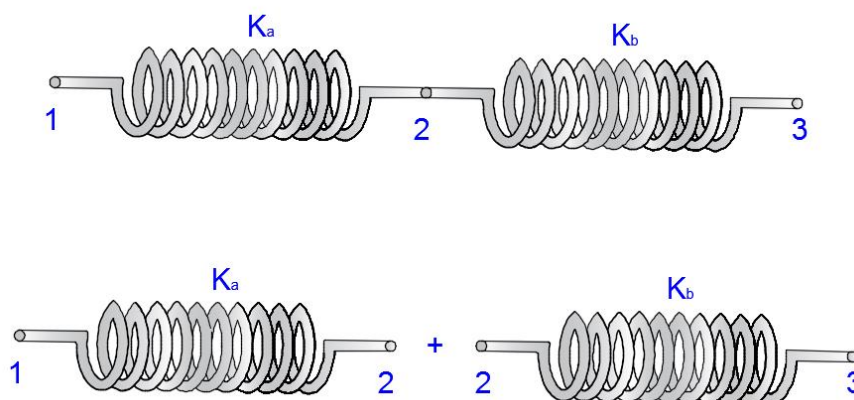
Fuente: propia.

4.1.7.4. Matriz de superposición.

En el análisis de armaduras es común tener diferentes cargas aplicadas que pueden complicar bastante el cálculo de las fuerzas y deformaciones desarrolladas en cada elemento que la compone, este problema se puede tornar mucho más sencillo si se atiende siguiendo el principio de superposición, el cual se puede definir así: “Si el comportamiento estructural es linealmente elástico, las fuerzas que actúan sobre una estructura pueden separarse o dividirse en cualquier forma conveniente para analizar luego la estructura a cada caso por separado” (McCorman, 2010, p. 71).

Finalmente se puede realizar una suma de todos los resultados parciales para poder concluir el comportamiento final que tendrá la estructura en conjunto. Esto también es aplicable en el ámbito matricial en el momento de analizar armaduras y para explicarlo se ilustra el ejemplo de Uribe (2000) extendiendo el desarrollo de la matriz de rigidez para dos resortes conectados mediante un nodo en común. Se presentan las matrices respectivas para cada caso por separado.

Figura 14: Principio de superposición para dos resortes conectados



Fuente: propia.

$$\begin{array}{cc}
 \delta_2 & \delta_3 \\
 [K]_a = \begin{bmatrix} k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{array}{l} \delta_1 \\ \delta_2 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
 \delta_2 & \delta_3 \\
 [K]_b = \begin{bmatrix} k_b & -k_b \\ -k_b & k_b \end{bmatrix} \begin{array}{l} \delta_2 \\ \delta_3 \end{array}
 \end{array}$$

Directamente no se podría realizar la suma de estas matrices por no ser compatibles, pero si se agregan filas y columnas de ceros, se podrá entonces hacer uso del principio de superposición para el análisis matricial de armaduras.

$$\begin{array}{ccc}
 \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \\
 [K]_a = \begin{bmatrix} k_a & -k_a & 0 \\ -k_a & k_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \\
 [K]_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_b & -k_b \\ 0 & -k_b & k_b \end{bmatrix} \begin{array}{l} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{array}
 \end{array}$$

Finalmente se realiza la suma la cual quedará así:

$$\begin{array}{ccc}
 \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \\
 [K]_a + [K]_b = \begin{bmatrix} k_a & -k_a & 0 \\ -k_a & k_a + k_b & -k_b \\ 0 & -k_b & k_b \end{bmatrix} \begin{array}{l} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{array}
 \end{array}$$

4.1.8. Solución matricial por el método de los desplazamientos.

En el planteamiento de la matriz de rigidez de cerchas planas por el método de los desplazamientos según Uribe (2000) es necesario reordenar los factores de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} F_n \\ F_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & K_{na} \\ K_{an} & K_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_a \end{bmatrix}$$

Dónde:

$[F_n]$ es el vector de cargas aplicadas (conocidas)

$[F_a]$ Son las reacciones de los apoyos (desconocidas)

$[\delta_n]$ el vector de desplazamientos de los nudos libres (desconocidos) y

$[\delta_a]$ los desplazamientos de los apoyos (conocidos y generalmente iguales a cero)

De este reordenamiento se utilizan los valores obtenidos para calcular con estos los desplazamientos desconocidos y las reacciones en los apoyos mediante el uso de las siguientes ecuaciones:

$$[\delta_n] = [K_{nn}]^{-1}[F_n]$$

$$[F_a] = [K_{an}][K_{nn}]^{-1}[F_n]$$

4.1.8.1. Matriz de fuerzas internas en elementos de cerchas planas.

En una armadura independientemente del punto de aplicación de la carga esta se distribuirá en todos sus nudos, desarrollando esfuerzos internos producidos por fuerzas nodales equivalentes en i y j que representan el nudo inicial y final de la cada barra que compone la armadura. Para calcular estas fuerzas internas en cada elemento se recurre al uso de la ecuación planteada por Uribe(2000) y expuesta a continuación:

$$S_{ij} = \frac{AE}{L} [c \quad s]_{ij} \begin{bmatrix} u_j & -u_i \\ v_j & -v_i \end{bmatrix}$$

4.2. Estado del arte

En este proyecto pretende aportar una herramienta para analizar cerchas de forma didáctica mediante el diseño y construcción de un prototipo para pruebas de carga en estructuras de tipo cercha constituido por una serie de elementos que en conjunto servirán para el fin establecido. Estos elementos son: soportes rígidos, instrumentos de medición de masa y deformaciones, cargas puntuales, cerchas de diferentes modelos, un equipo de cómputo dotado con hojas de cálculo que permita procesar y calcular la información necesaria.

Cuando se busca información sobre pruebas de carga en bases de datos y repositorios institucionales, en general, los hallazgos documentales disponibles se centran más en dimensiones de magnitudes propias de una estructura a escala real, por ejemplo edificaciones o puentes, que en magnitudes hipotéticas, como las que se propone medir con este prototipo. Por lo tanto, en esta revisión documental consignamos los antecedentes más relevantes para nuestra investigación en términos de programación de software y métodos analíticos para elementos finitos para el diseño de una estructura en un plano ortogonal. No encontramos, en nuestras

fuentes, antecedentes similares a esta propuesta de diseño e implementación de un simulador como el que se describe al inicio. En consecuencia, se deja hallazgo de información semejante para otras investigaciones que puedan tener lugar en el futuro.

Para tal fin, se consultaron los Repositorios institucionales de la Universidad Nacional Autónoma de México, el Centro de Investigación en Matemáticas A.C. de México, la Universidad Nacional del Perú, y a nivel nacional se indagó en los archivos de la Universidad Tecnológica de Bolívar y la Universidad Tecnológica de Pereira. Se hace aclaración que todas las fuentes consultadas están en español.

4.2.1. Revisión documental.

Mestas (2010), en su trabajo Optimización estructural evolutiva: desarrollo de una aplicación de cómputo para el diseño óptimo de elementos bajo deformación plana, relata que en México se realizó un trabajo en el que desarrollaron una aplicación de cómputo para el diseño óptimo de elementos bajo deformación plana como tesis de grado para un ingeniero mecánico, utilizando el análisis matricial en conjunto con otras operaciones matemáticas, con el propósito de aplicar los conceptos de diseño estructural óptimo. Él creó una herramienta computacional capaz de obtener soluciones a problemas de ingeniería, que cumple con ciertas restricciones impuestas y que, a su vez, resulte ser la más cercana a la óptima, en cuanto a varios criterios de diseño previamente establecidos.

Por su parte, Vargas (2010), en su investigación Cálculo de Estructuras Utilizando Elemento Finito con Cómputo en paralelo, del Centro de Investigación en Matemáticas A.C. de México, trabajó sobre la solución numérica de problemas de deformación lineal de sólidos por medio del método de elementos finitos, teniendo en cuenta que estos problemas se resuelven

utilizando estrategias de computo en paralelo por medio de un análisis matricial, para resolver problemas de deformación de sólidos en dos y tres dimensiones. Se habla aquí sobre algunas formas de paralelizar los algoritmos utilizando modelos de memoria compartida y de memoria distribuida.

Mientras que Flores (2011), en su trabajo Método sin malla como alternativa al método de elementos finitos, de Universidad Nacional del Perú, desarrolló un método sin malla como alternativa al método de elementos finitos, orientando una comparación entre los resultados del método libre de mallas escogido, con soluciones matriciales y analíticas como las propuestas en el libro de teoría de la elasticidad. Para la solución numérica de problemas relativos a métodos sin malla.

Allí se escriben pequeños programas desarrollados en Matlab donde se expone la solución de la formulación débil de la Elastostática con funciones de aproximación o interpolación libres de malla; se estudia la unicidad de la formulación débil con ayuda del lema Korn y el teorema de Lax, la exposición del desarrollo de la formulación débil se hace con teoría de espacios funcionales, se deduce también la representación en el espacio de distribuciones de la ecuación elíptica de Poisson. Finalmente, se presentan algunos ejemplos de estado plano de esfuerzos y deformaciones (Flores, 2011).

Sin embargo, cuatro años antes ya Fueyo, Cabezas, Domínguez y Rubio (2007) en su investigación Análisis de tensiones en uniones de tres barras de cerchas ligeras de madera realizadas con placas-clavo, presentó un estudio sobre las tensiones entre una unión de tres elementos estructurales de madera fabricados con placas de metal perforadas. El objetivo del trabajo fue determinar el efecto de variables significativas, como el contacto entre las piezas que trabajan en compresión, el espesor de la placa, los niveles de carga y el diseño de la junta.

En su investigación Fueyo, Cabezas, Domínguez y Rubio (2007), desarrollaron modelos paramétricos de elementos finitos de la articulación. El análisis mostró que existe un valor de la separación entre las piezas de madera sobre las que comienza el contacto y otro valor bajo el cual el porcentaje de contribución de la transmisión de la fuerza por contacto permanece constante. Estos valores son independientes del espesor de la placa o del diseño de la junta

Por su parte Camacho (2012) en su trabajo Análisis estructural con el método de elementos finitos asistido por computadora, de la Universidad Tecnología de Bolívar (Cartagena) creo un software para analizar estructuras tridimensionales a base de nodos y elementos lineales de sección constante, considerando que su deformación es directamente proporcional a las cargas aplicadas y que cumple con todas las leyes fundamentales de compatibilidad, continuidad, elasticidad y superposición en cada componente integrada. En éste proyecto se pretende mostrar una herramienta para el área de la ingeniería civil, programada especialmente para la verificación, evaluación y visualización inmediata del comportamiento de estructuras, de acuerdo a las configuraciones, condiciones y sollicitaciones que esté sometida cada parte.

En ese orden de ideas, Toro (2007) desde su investigación Vigas y marcos planos analizados por el método de elementos finitos, realizó un trabajo de vigas y marcos planos donde explicó las diferente herramientas a utilizar para el desarrollo del software donde utilizan una serie de matrices que hacen llegar a resultados confiables, cumpliendo con las condiciones del problema que se desea solucionar, con la conclusión del método finito a la programación, realizando una serie de programas, donde cada uno tiene una amplia aplicación en lo que respecta a vigas y marcos planos con unidades del sistema internacional y sistema inglés.

De acuerdo con los autores de tesis de grado, artículos relacionados y citados anteriormente, se encontró que varios trabajos utilizan la solución matricial para crear softwares

que permiten analizar y diseñar estructuras. Otros, a su vez, utilizan softwares provistos por empresas que se dedican a la producción de programas para ingeniería y, en este sentido, no son el resultado de trabajos gestados desde la academia si no producto de innovaciones empresariales.

Ambos tipos de trabajo dan cuenta de la utilización de softwares que analizan las estructuras con programas ya creados para este fin y con un enfoque hipotético similar al que se presenta en este proyecto de grado. Sin embargo, y como ya se afirmó al principio de esta sección, esta similitud consiste en que todos los estudios revisados se limitan a hacer cálculos para medir comportamientos estructurales teóricos. Ninguno, en efecto, pasa al terreno práctico de la comparación de ese tipo de resultados con situaciones reales controladas con instrumentos de precisión. Esta es, justamente, la novedad de este trabajo y su importancia radica por tanto en su utilidad tanto teórica como práctica.

5. Metodología

La metodología utilizada para el desarrollo de este proyecto es del tipo descriptiva experimental, bajo un enfoque cuantitativo desarrollado mediante la técnica de la sistematización de observaciones y el método del ensayo-error.

Se escogieron los seis modelos de cercha más comunes en la construcción de cubiertas y puentes, por ello, el origen de estos modelos es la revisión documental descrita en el marco teórico de este trabajo.

Los experimentos consistían en realizar seis pruebas de carga a las cerchas para chequear los datos que arrojaban los instrumentos de medición. Cada prueba correspondió a un modelo de cercha escogido a partir de los hallazgos de la revisión documental.

Los resultados fueron registrados en matrices de rigidez y flexibilidad que calculan deformaciones y fuerzas en los elementos que componen una estructura tipo cercha. El análisis de estas observaciones se registró en gráficas que muestran el comportamiento de los materiales en las situaciones controladas.

5.1. Fases del proyecto

5.1.1. Determinación de los elementos constitutivos del prototipo.

En búsqueda de dar respuesta a las necesidades del proyecto se ideó la forma en la cual el prototipo diera lugar a las condiciones más reales posibles; para esto se pudo concluir que necesitaban una serie de elementos que en conjunto suplieran dichas necesidades. Estos fueron:

- **Soportes rígidos.** Se diseñaron dos columnas con un perfil acero estructural cuadrado empotradas en su base mediante una placa base anclada con pernos a una placa de contrapiso en concreto con resistencia conocida y totalmente nivelada. Estas columnas en la parte superior proveen apoyos simples de segundo orden.

Ilustración 6: Modelo de soporte utilizado en el prototipo



Fuente: propia.

- **Instrumentos de medición de masa y deformaciones** que fueran tan precisos como fáciles de interpretar, adquiriendo para esto tres dinamómetros digitales que permiten calcular la masa de las cargas aplicadas antes de ser puestas en el modelo de cercha escogido para el análisis, y un comparador de caratula digital con su respectiva base magnética, el cual mide las deformaciones presentadas en el nodo donde se ubique para realizar el análisis comparativo. Para poder fijar la base magnética se utilizó un perfil de acero rectangular soldado horizontalmente entre las columnas, este no trabajara como elemento estructural.

Ilustración 7:Dinamómetro digital



Fuente: propia.

Ilustración 8: Comparador de caratula digital y base magnética



Fuente: propia.

- **Cargas estáticas puntuales.** Se realizaron varios conjuntos de pesas en concreto con dimensiones y masas lo más similares posibles, con ganchos embebidos en cada extremo que permitieran enlazar una con otra, aumentando el valor de la carga aplicada. Estas pesas son puestas en la cercha en sus nodos mediante cuerdas resistentes aseguradas con perros.
- **Cerchas en barras corrugadas de acero estructural.** Conectadas en sus nodos mediante Soldadura, de las que se escogieron tres modelos tipo puente y tres tipos techo.

- **Computador.** al cual se le diseño un mueble para poder asegurar su conservación y presentación, dotado para efectos de los cálculos teóricos con seis modelos matemáticos de análisis matricial en hojas de cálculo de Excel para cada una de las cerchas.

Ilustración 9:Computador y mueble



Fuente: propia.

5.1.2. Diseño de los soportes.

Para el diseño de las columnas que sirvieron de soporte para el prototipo, se escogió un tubo cuadrado de acero estructural con las siguientes especificaciones según su fabricante:

- Dimensiones en planta = 3.937plg por 3.937plg ó 100 mm por 100 mm.
- Espesor del tubo = 1/8 plg ó 3mm.
- Área de la sección transversal (A_g) = 0.916 plg² ó 591 mm².
- Módulo de elasticidad del acero estructural (E) = 29006 ksi ó 200000 Mpa.
- Esfuerzo a la fluencia (f_y) = 45.684 ksi ó 315 Mpa.

- Esfuerzo ultimo (f_u) = 58.012 ksi ó 400 Mpa.
- Radio de giro (r) = 1.551 plg ó 39.4 mm.
- Longitud del miembro (L) = 57.087 plg ó 1450 mm.

Se presentaron los valores en los dos sistemas de unidades más conocidos el internacional y el anglosajón (SI). Por el origen de las formulas usadas se trabajara solo las unidades del sistema (SI). Siempre haciendo referencia en el plano de las dimensiones establecidas por el diseño a su valor en el sistema internacional.

5.1.3. Diseño con factores de carga y resistencia (LRFD) y diseño por esfuerzos admisibles (ASD).

El Instituto Americano de Construcción en Acero conocido por sus siglas en ingles AISC, ha sido el principal referente para los ingenieros a la hora de diseñar los elementos que compondrán en conjunto su estructura. Ahora bien existen dos métodos de diseño aceptados por este instituto los cuales son el LRFD y el ASD, estos procedimientos se basan en los estados límites.

Según McCorman y Csernak (2013) este término se usa para describir la condición en la cual una estructura o parte de ella deja de cumplir su función. Reconociendo dos tipos de estado límite: los de resistencia y los de servicio. Mencionan también los autores, que se pueden hacer referencia a los estados de resistencia con su capacidad de sustentar una carga, y a los estados límites de servicio con su comportamiento.

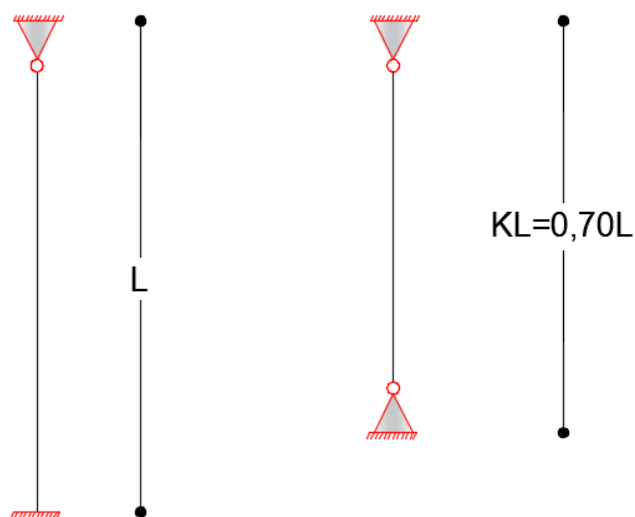
Los métodos LRFD y el ASD, según McCorman y Csernak (2013), tienen su principal diferencia en que al primero su resistencia nominal o resistencia teórica calculada se le debe multiplicar por un factor de resistencia (ϕ) menor que la unidad y al segundo se le debe dividir

por un factor de seguridad (Ω) generalmente mayor que la unidad. Ambos métodos buscan mantener un margen numérico entre el valor de la resistencia teórica y la carga aplicada, evitando así los estados límites.

5.1.4. Longitud efectiva de una columna por restricciones en sus extremos.

Los extremos de una columna condicionan la capacidad de carga de la misma, debido a que la distancia entre sus puntos de inflexión o de momento nulo varía teóricamente de acuerdo con el concepto de longitud efectiva planteado por McCorman y Csernak (2013), el cual es un método matemático que sirve para reemplazar la columna con cualquier condición en sus extremos por una columna equivalente de extremos articulados.

Figura 15: Longitud efectiva para el soporte del prototipo de prueba de carga



Fuente: propia.

Al ser multiplicada la longitud real de esta por un factor de longitud efectiva K, que para el caso de la columna que servirá como soporte para el prototipo tendrá un valor de $K = 0.70$ quedando como resultado lo siguiente:

$$KL = (0.70) * (57.087plg) = 39.961plg$$

5.1.5. Fórmulas para el cálculo de la resistencia en columnas cortas.

Es importante conocer bajo que condición de carga una columna puede sufrir el fenómeno de pandeo, para el caso de las columnas cortas de acero estructural como la que se pretende emplear como modelo de soporte, se debe estudiar en primera medida el esfuerzo de pandeo elástico crítico F_e también conocido como esfuerzo de Euler; las fórmulas utilizadas a continuación son las recomendadas por McCorman y Csernak (2013).

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} = \frac{(3.1416)^2 * (29006ksi)}{\left(\frac{39.691plg}{1.551plg}\right)^2} = 431.37ksi$$

Una vez calculado este se verifica la condición para saber con cual formula se puede conocer el esfuerzo de pandeo a flexión F_{cr} para un miembro a compresión:

$$si \frac{KL}{r} \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$\frac{KL}{r} = \frac{39.691plg}{1.551plg} = 25.761$$

$$4.71 \sqrt{\frac{29006ksi}{45.684ksi}} = 118.681$$

Se debe calcular con la siguiente expresión:

$$F_{cr} = \left[0.658^{\frac{F_e}{F_y}} \right] F_y = \left[(0.658)^{\frac{431.37ksi}{45.684ksi}} \right] * 45.684ksi = 43.704ksi$$

Seguidamente se puede calcular su resistencia nominal P_n al multiplicarse por el área de su sección transversal

$$P_n = A_g F_{cr} = (0.916plg^2) * (43.704ksi) = 40.035klb$$

Finalmentese puede calcular la resistencia a la compresión de diseño para el método LRFD

$$\phi P_n = \phi A_g F_{cr} = (0,90)(40.035klb) = 36.031klb$$

La resistencia a la compresión admisible por el método ASD.

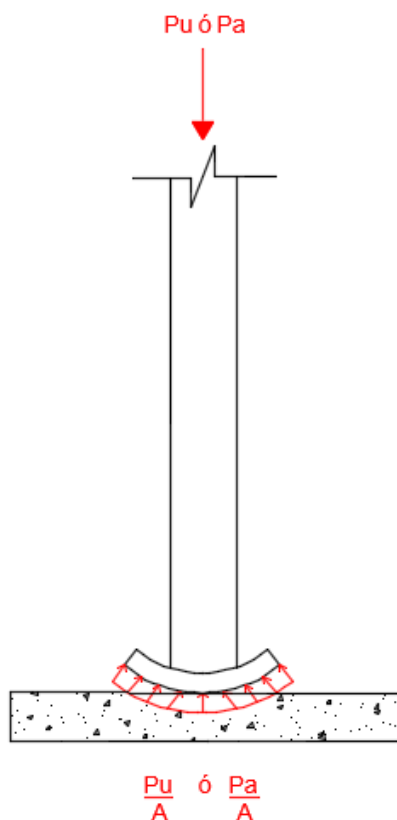
$$\frac{P_n}{\Omega} = \frac{A_g F_{cr}}{\Omega} = \frac{40.035klb}{1.67} = 23.973klb$$

5.1.6. Área de la placa base.

Las placas base para columnas cumplen el papel de transferir la carga soportada al cimiento que sustenta la estructura, de manera similar como las zapatas transfieren cargas al suelo. Esta puede ser la carga de diseño P_u para el método LRFD o la carga admisible P_a para el método ASD. Pueden sujetarse a la columna por medio de soldadura como es el caso de la columna que servirá como soporte para el prototipo.

La flexión de placa producida por momento de la carga de reacción del concreto y la longitud que fuera del área de la columna, se evitara mediante cuatro pernos anclados en el cimiento en un patrón cuadrado.

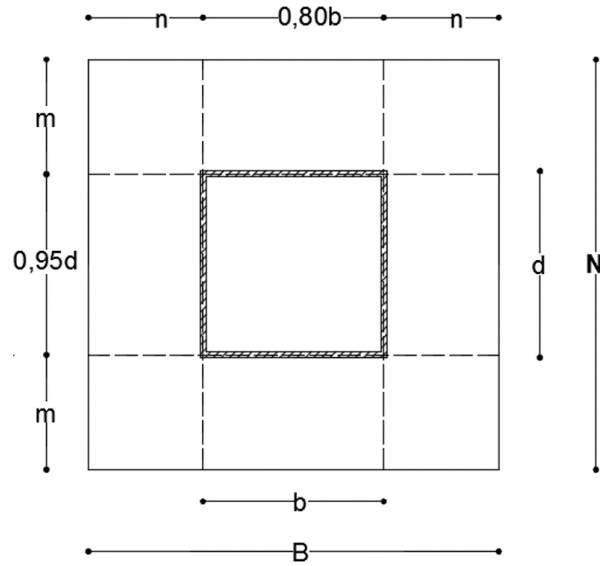
Figura 16: Flexión de la placa base en el área fuera de la columna



Fuente: propia.

La placa distribuye la carga aplicada uniformemente, de igual forma reaccionara la cimentación por tanto para el cálculo del esfuerzo producido por la placa base de la columna se toma en cuenta la resistencia del material de cimentación, también la condición de que esta área de cimentación sea igual o superior a la de la base. Para este caso el área de cimentación es mucho mayor que el de la placa base; entonces, según McCorman y Csernak (2013, p. 222) “se debe calcular la resistencia de contacto nominal del concreto P_p , de allí se podrá obtener el área requerida para la placa”. Basados en la imagen mostrada donde:

Figura 17:Planta con dimensiones Teóricas de la placa base



Fuente: propia.

B y N son las dimensiones ortogonales en planta de la placa,
 b y d son las dimensiones ortogonales en planta de la columna,
 m y n son la distancia de la placa fuera de la columna,

Para este caso se tienen las siguientes especificaciones técnicas:

$$F_y = 35.714ksi$$

$$f'_c = 3ksi$$

$$b = d = 3.937plg$$

$$m = n = 2plg$$

Se plantea un área inicial A_1 , que exceda el área de la columna una distancia suficiente para anclarla al cimiento mediante un patrón cuadrado de pernos,

$$A_1 = (b + 2n)^2 = (3.937plg + 2plg)^2 = 62.996plg^2$$

Ya que el área de contacto del concreto A_2 es superior, se adopta un valor inicial de:

$$A_1 = A_2 = 62.996plg^2$$

Se continúa con la resistencia de contacto nominal del concreto:

$$P_n = (0.85f'_c A_1) = (0.85) * (3ksi) * (62.996plg^2) = 160.64klb$$

Ahora se puede calcular la carga de diseño, y el área tentativa de la placa para el método

LRFD:

$$P_u = \phi P_n = (0.65) * (160.64klb) = 104.416klb$$

$$A_1 = \frac{P_u}{\phi(0.85f'_c)} = \frac{104.416klb}{(0.65) * (0.85) * (3ksi)} = 62.996plg^2$$

De igual manera la carga permisible, y el área tentativa de la placa por el método ASD:

$$P_a = \frac{P_p}{\Omega} = \frac{160.64klb}{2.31} = 69.541klb$$

$$A_1 = \frac{P_a \Omega}{0.85f'_c} = \frac{(160.64klb) * (2.31)}{(0.85) * (3ksi)} = 62.996plg^2$$

Se halla un incremento Δ el cual se le sumara al área tentativa:

$$\Delta = 0.5(0.95d - 0.80b) = 0.197plg$$

Se calcula la dimensión N:

$$N = \sqrt{A_1 + \Delta} = \sqrt{(62.996plg^2) + (0.197)} = 7.947plg$$

Finalmente se calcula la dimensión B:

$$B = \frac{A_1 + \Delta}{N} = \frac{63.193plg^2}{7.947plg} = 7.947plg$$

5.1.7. Espesor de la placa base.

Para el cálculo del espesor t de la placa base se utilizaron las formulas y conceptos planteados por McCorman y Csernak (2013), donde enuncia que se debe tomar el valor mayor entre las dimensiones m ó n , y hacerlos iguales λ , para este caso estas dimensiones son iguales a 2 plg, para hallar el espesor se aplican las siguientes expresiones para cada método:

Para el LRFD,

$$t = \lambda \sqrt{\frac{2P_u}{\phi 0 F_y B N}} = 2 \sqrt{\frac{(2) * (104.416klb)}{(0.90)(35.714ksi)(7.947plg)(7.947plg)}} = 0.642plg = \frac{5}{8}plg$$

Para el ASD,

$$t = \lambda \sqrt{\frac{\Omega P_a}{F_y B N}} = 2 \sqrt{\frac{(3.33) * (69.541klb)}{(35.714ksi)(7.947plg)(7.947plg)}} = 0.642plg = \frac{5}{8}plg$$

5.1.8. Placas de apoyo superior.

Para estas placas que conforman el apoyo simple de segundo orden en la parte superior de la columna, se utilizaron los mismos espesores de la placa base. Se diseñó con fines constructivos, de manera que se analizó para provean un área de apoyo suficiente para las cerchas evitando desplazamientos verticales y horizontales pero permiten giros.

5.1.9. Uniones soldadas.

Para la conexión de los miembros diseñados anteriormente se escogió utilizar un electrodo E60 para un cordón de soldadura tipo filete de un 1/8 plg. Esto basado en que la soldadura no debe tener un lado mayor que la parte soldada más delgada, que para este caso se trata del tubo cuadrado. La resistencia nominal de una soldadura de filete R_n se puede calcular

según McCorman y Csernak (2013) multiplicando el esfuerzo nominal del metal de soldadura F_{nw} por el área efectiva de la soldadura A_{we} la cual corresponde a la garganta efectiva multiplicada por la longitud del cordón. Después se podrá calcular la resistencia de diseño para el método LRFD y la resistencia admisible para el método ASD, como se ilustra a continuación:

Como la soldadura forma un Angulo de 45° entre sus lados se halla la garganta efectiva multiplicando el lado por la constante 0.707

$$\left(\frac{1}{8}plg\right) * (0.707) = 0.088plg$$

El cordón de soldadura será igual al perímetro de la columna

$$(3.937plg) * (4) = 15,748plg$$

Se calcula la resistencia nominal

$$R_n = F_{nw}A_{we} = (0.60) * \left(\frac{60klb}{plg^2}\right) * (0.088plg) * (15.748plg) = 50.102klb$$

Seguidamente la resistencia de diseño

$$\phi R_n = (0.75)(50.102klb) = 37.577klb$$

Por último la resistencia admisible

$$\frac{R_n}{\Omega} = \frac{50.102klb}{2} = 25.021klb$$

5.1.10. Placa de contrapiso.

Para darle un área de apoyo confiable de acuerdo con los cálculos realizados se fundió una placa de 10 cm, con una malla electro soldada de 6 mm y una relación en la proporción de materiales que diera como resultado una mezcla con una resistencia nominal del concreto f'_c de 3ksi ó 21 Mpa, para encontrar las proporciones adecuadas se calculó como lo indica Pérez (2010) en la siguiente tabla de dosificaciones:

Tabla 1: Dosificaciones de hormigo en volumen

DOSIFICACION	CEMENTO (Kg)	ARENA (M³)	GRAVA (M³)	AGUA (L)
1 2 3	350	0,39	0,78	200

Fuente: Jenny Pérez. Construcción de elementos estructurales de concreto (2010).

El volumen de concreto para la placa es de 0.20 m^3 entonces se calculan a partir de la relación para un 1 m^3 cada una de las cantidades necesarias:

Para el cemento,

$$(350 \text{ kg/m}^3) * (0.20 \text{ m}^3) = 70 \text{ kg}$$

Para la Arena,

$$(0.39 \text{ m}^3/\text{m}^3) * (0.20 \text{ m}^3) = 0.078 \text{ m}^3$$

Para la grava,

$$(0.78 \text{ m}^3/\text{m}^3) * (0.20 \text{ m}^3) = 0.156 \text{ m}^3$$

Para el agua,

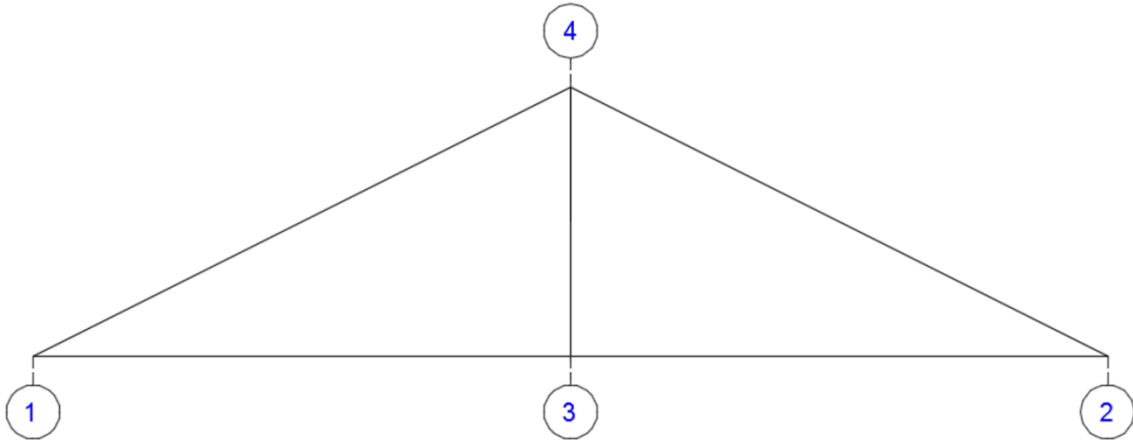
$$(200 \text{ L/m}^3)(0.20 \text{ m}^3) = (40 \text{ L})$$

5.1.11. Revisión de la estabilidad en los modelos de cercha escogidos.

Se seleccionaron seis modelos de cerchas y se verificó de acuerdo al concepto de estabilidad y determinación planteada en el marco teórico, que los modelos escogidos fueran estables.

5.1.11.1. Cercha tipo techo básica.

Figura 18: Cercha tipo techo básica



Fuente: propia.

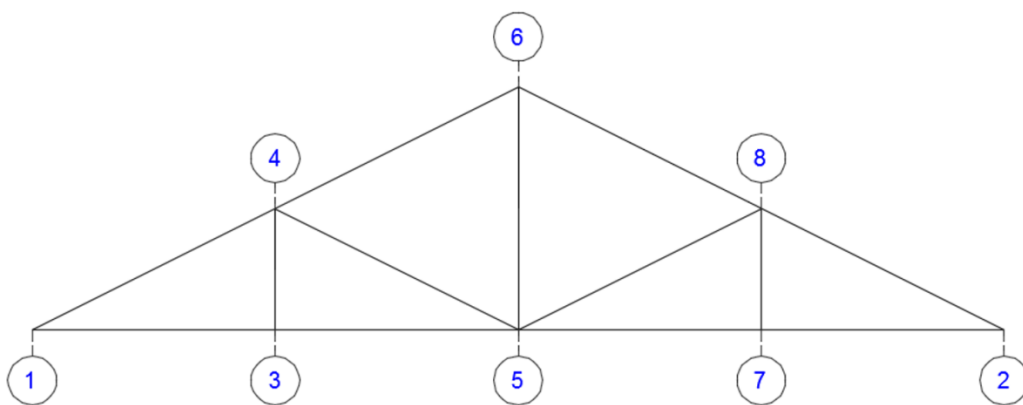
Esta cercha cuenta con cuatro nodos, cuatro reacciones y cinco barras.

$$b = 2j - r_e = (2 * 4) - (4) = 4$$

Se califica como estable e indeterminada, ya que el número real de barras es mayor al calculado mediante la fórmula.

5.1.11.2. Cercha tipo techo Howe.

Figura 19: Cercha tipo techo Howe



Fuente: propia.

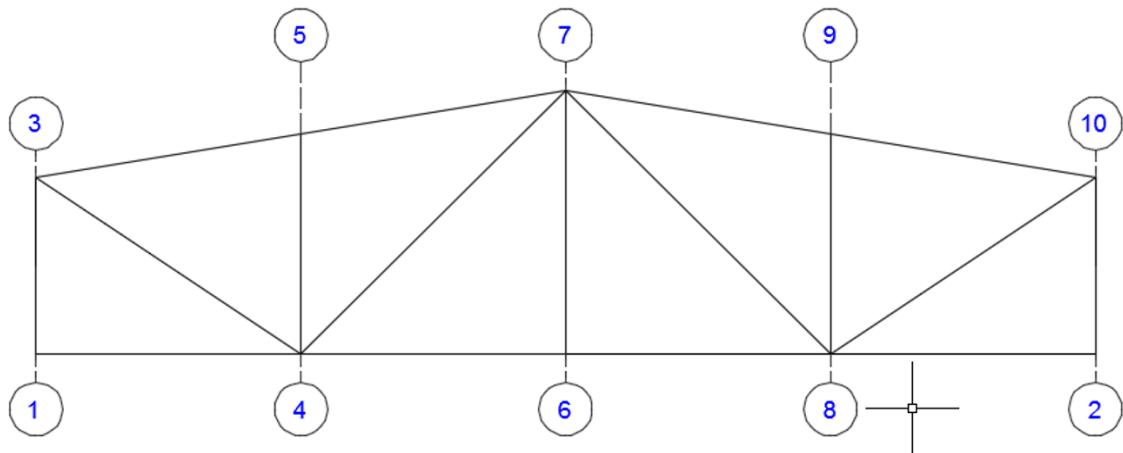
Esta cercha cuenta con ocho nodos, cuatro reacciones y trece barras.

$$b = 2j - r_e = (2 * 8) - (4) = 12$$

Se califica como estable e indeterminada, ya que el número real de barras es mayor al calculado mediante la fórmula.

5.1.11.3. Cercha tipo techo Warren.

Figura 20: Cercha tipo techo Warren



Fuente: propia.

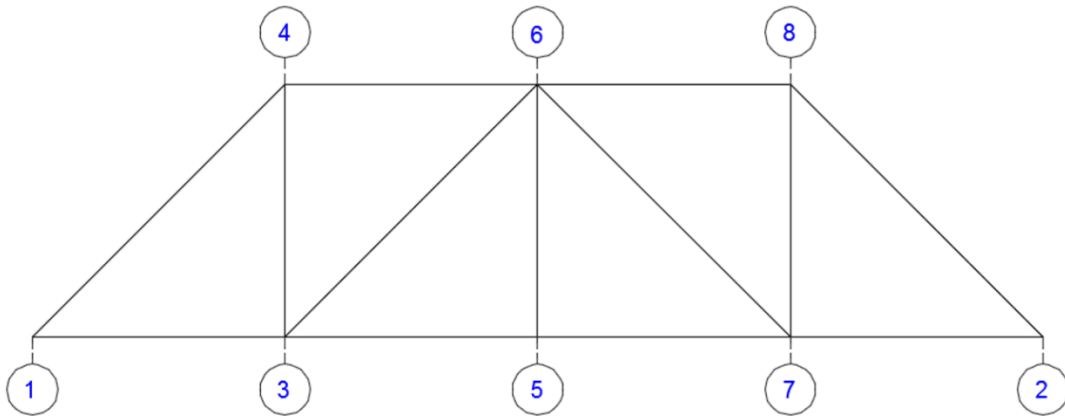
Esta cercha cuenta con diez nodos, cuatro reacciones y diecisiete barras.

$$b = 2j - r_e = (2 * 10) - (4) = 16$$

Se califica como estable e indeterminada, ya que el número real de barras es mayor al calculado mediante la fórmula.

5.1.11.4. Cercha tipo puente Howe.

Figura 21: Cercha tipo puente Howe.



Fuente: propia.

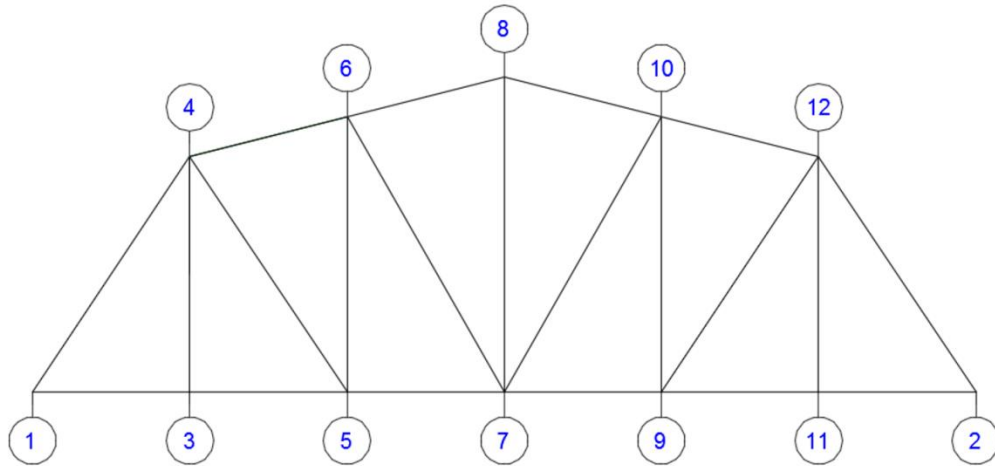
Esta cercha cuenta con ocho nodos, cuatro reacciones y trece barras.

$$b = 2j - r_e = (2 * 8) - (4) = 12$$

Se califica como estable e indeterminada, ya que el número real de barras es mayor al calculado mediante la fórmula.

5.1.11.4. Cercha tipo puente Parker

Figura 22: Cercha tipo puente Parke



Fuente: propia.

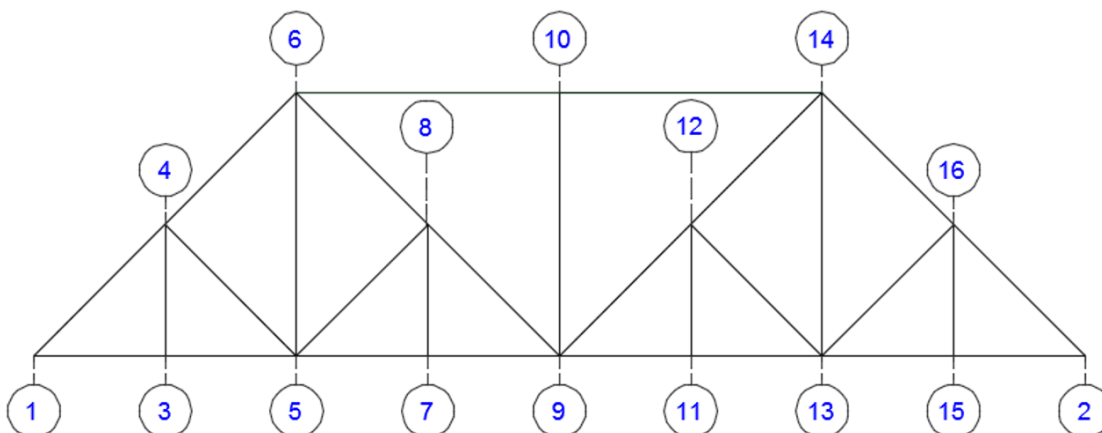
Esta cercha cuenta con doce nodos, cuatro reacciones y veintiún barras.

$$b = 2j - r_e = (2 * 12) - (4) = 20$$

Se califica como estable e indeterminada, ya que el número real de barras es mayor al calculado mediante la fórmula.

5.1.11.5. Cercha tipo puente Baltimore.

Figura 23: Cercha tipo puente Baltimore



Fuente: propia.

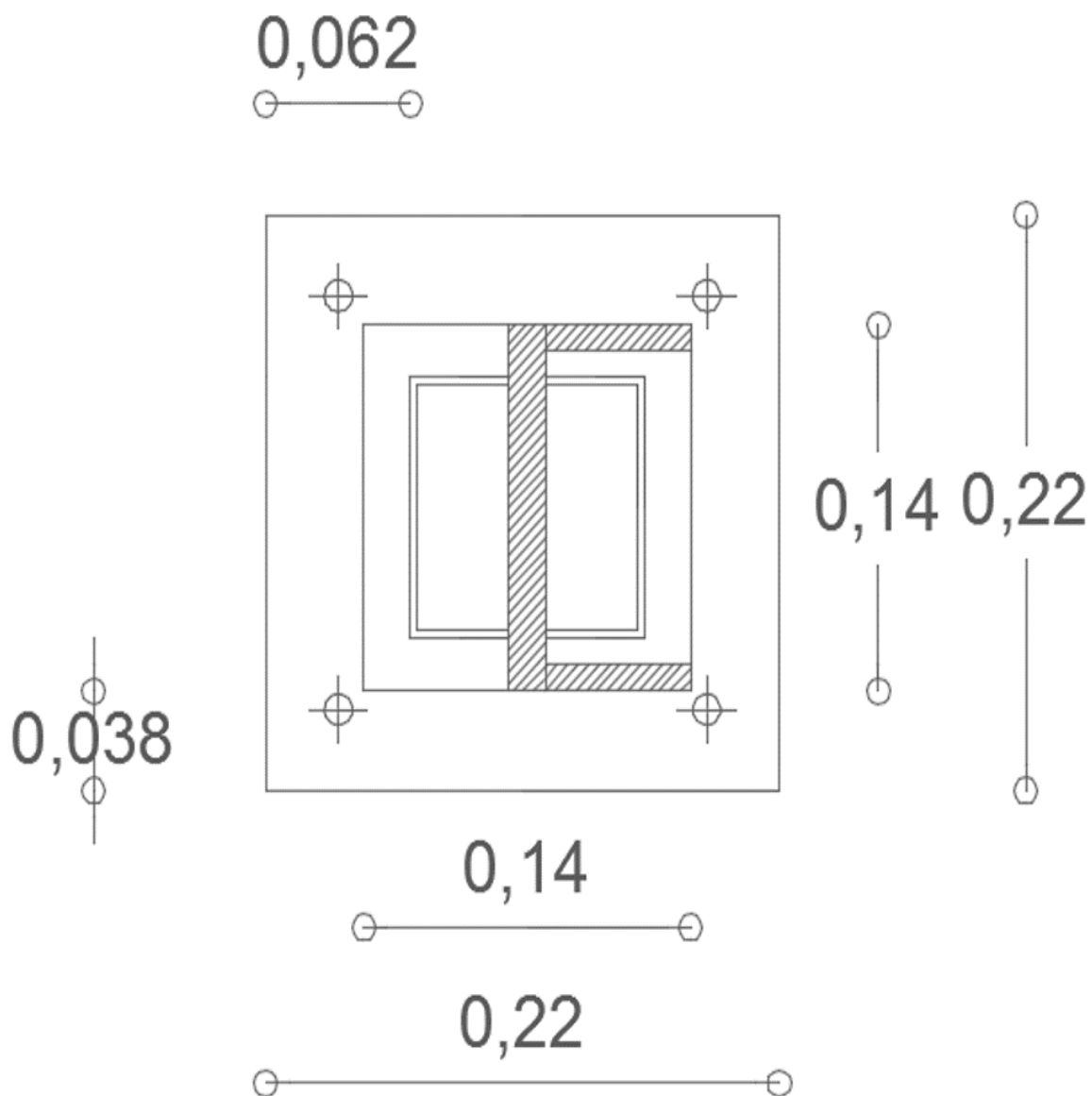
Esta cercha cuenta con dieciséis nodos, cuatro reacciones y veintinueve barras.

$$b = 2j - r_e = (2 * 16) - (4) = 28$$

Se califica como estable e indeterminada, ya que el número real de barras es mayor al calculado mediante la fórmula.

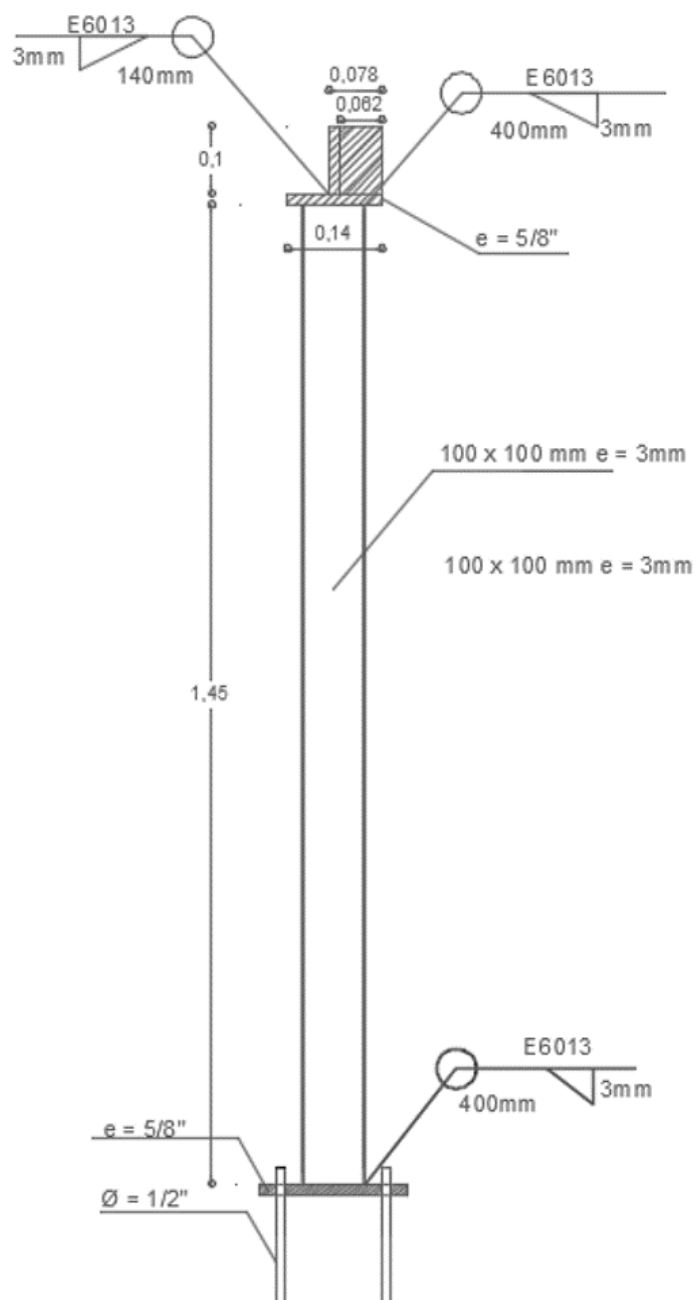
5.1.12. Plano del prototipo.

El plano del prototipo hace referencia a las dimensiones calculadas en el proceso de diseño del soporte, para las columnas tanto en planta como en alzado, enunciando las especificaciones de las uniones con soldadura. También se presenta una vista en planta y en perfil de cómo se proyecta quedara el modelo y la especificación de la placa de contrapiso. Las dimensiones mostradas en los planos se encuentran en unidades del sistema internacional.

Figura 24: Plano de la columna vista en planta

Fuente: propia.

Figura 25: Plano de la columna vista en alzado



Fuente: propia.

5.1.13. Diseño de las hojas de cálculo en Excel mediante métodos matriciales.

Lo primero que se debe tener en cuenta al momento de iniciar a plantear las matrices para los cálculos de las deformaciones es nombrar los nodos de una manera ordenada, donde se numeren primero los nodos restringidos, es decir el nodo uno y dos siempre serán los nodos en donde se encuentran los apoyos de las cerchas, esto ayudará más adelante en el planteamiento de la solución matricial. Seguido de esto se deben empezar a enumerar los nodos de izquierda a derecha, de abajo hacia arriba. Se tomó como ejemplo la cercha tipo techo básica para el planteamiento de las matrices en hojas de cálculo.

5.1.14. Interfaz de inicio.

Se continúa elaborando la interfaz de inicio donde se ingresarán los datos necesarios para el análisis, los cuales serán el diámetro del elemento, el tipo de material, y las masas aplicadas en los nodos libres. Estos se ingresan en las casillas con letra roja. Para este caso la cercha cuenta con dos nodos libres pero por las dimensiones y el tipo de cargas aplicadas solo se puede cargar el nodo central inferior de manera vertical.

Figura 26: Interfaz de inicio para hoja de cálculo

ANÁLISIS DE CERCHAS POR METODOS MATRICIALES				RESULTADOS DEL ANÁLISIS							
DATOS DE ENTRADA				REACCIONES EN LOS APOYOS							
				X1 =	0,000kN			Y1 =	0,000kN		
MATERIAL	d =	9,000mm	X2 =	0,000kN	Y2 =			0,000kN			
ACERO	A =	63,617mm ²	E =	200kN/mm ²							
MASA POR NODO LIBRE	CARGA POR NODO LIBRE		DESPLAZAMIENTO EN LOS NUDOS LIBRES		FUERZA INTERNA EN LOS ELEMENTOS		ESFUERZO INTERNO				
X3 =	0,000kg	X3 =	0,000kN	u ₃ =	0,00mm	S1-3 =	0,000kN	N	σ1-3 =	0,000kN/mm ²	N
Y3 =	0,000kg	Y3 =	0,000kN	v ₃ =	0,00mm	S1-4 =	0,000kN	N	σ1-4 =	0,000kN/mm ²	N
X4 =	0,000kg	X4 =	0,000kN	u ₄ =	0,00mm	S3-4 =	0,000kN	N	σ3-4 =	0,000kN/mm ²	N
Y4 =	0,000kg	Y4 =	0,000kN	v ₄ =	0,00mm	S3-2 =	0,000kN	N	σ3-2 =	0,000kN/mm ²	N
						S4-2 =	0,000kN	N	σ4-2 =	0,000kN/mm ²	N

Fuente: propia.

En esta interfaz, inicialmente se deja formulada el área de la sección transversal del elemento, el tipo de material con su respectivo módulo de elástico, y la carga por nodo. Todo lo por el momento se deja en blanco. Se ilustra a continuación como hacer estas formulaciones.

Para el área de la sección la cual es circular en este caso, dependerá del valor del diámetro ingresado.

Figura 27: Formulación para el cálculo del área de sección transversal del elemento

E5	▼	f_x	=3,1416/4*(E4^2)
----	---	-------	------------------

Fuente: propia.

Para el tipo de material se debe crear una nueva pestaña, donde se consignara la información correspondiente al tipo de material y su módulo de elástico,

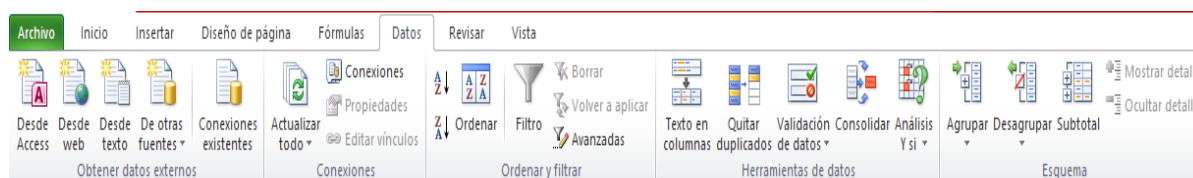
Figura 28:Lista de materiales disponibles en la hoja de cálculo

	A	B	C	D
1	MATERIAL	MODULO ELASTICO		
2	ACERO	200kN/mm2		
3	ALUMINIO	70kN/mm2		
4	MADERA	14kN/mm2		
5				
6				
7				

Fuente: propia.

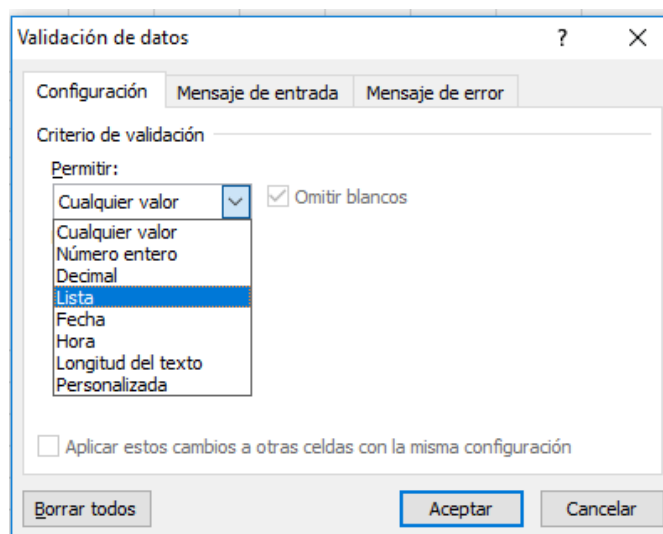
Entonces posicionado en la celda de material, se ingresa al menú de datos, se selecciona la opción validación de datos,

Figura 29:Opciones de la pestaña datos de Excel



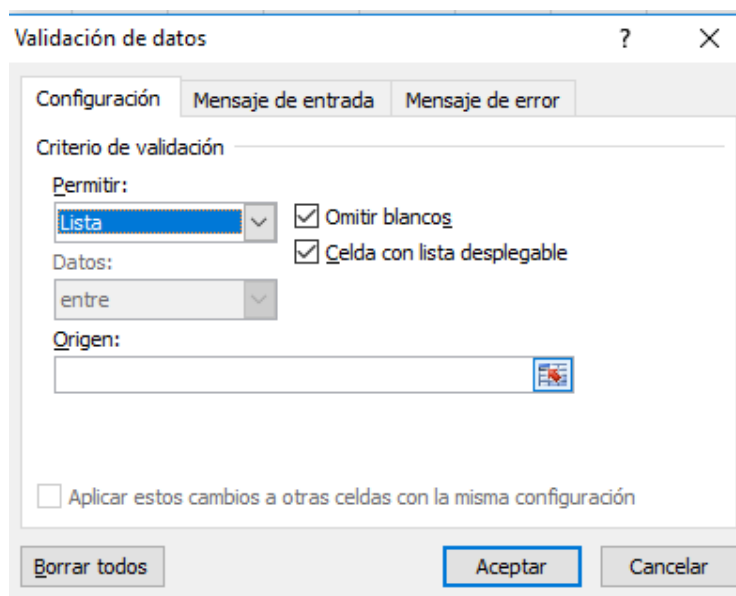
Fuente: propia.

Pulsando clic sobre esta opción se abrirá una ventana emergente, en el menú desplegable permitir se escoge la opción lista.

Figura 30: Menú de opción validación de datos

Fuente: propia.

En el espacio de la opción origen se hace clic sobre el recuadro azul con la flecha roja,

Figura 31: Designar origen de datos

Fuente: propia.

Esto permitirá ingresar el rango en el cual se encuentran los tipos de materiales, se selecciona este rango en la pestaña de materiales creada anteriormente y se pulsa la tecla Enter.

Figura 32:Rango de materiales

The image shows a spreadsheet with a data validation dialog box open. The dialog box title is "Validación de datos" and the formula bar contains "=Materiales!\$A\$2:\$A\$4". Below the dialog, a table lists materials and their elastic moduli:

	A	B	C	D
1	MATERIAL	MODULO ELASTICO		
2	ACERO	200kN/mm2		
3	ALUMINIO	70kN/mm2		
4	MADERA	14kN/mm2		

Fuente: propia.

Quedando listo en la interfaz de inicio el menú desplegable de materiales.

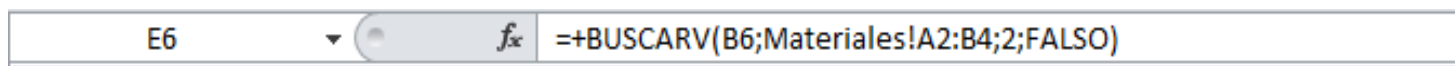
Figura 33:Menú desplegable de materiales en la interfaz de inicio

ANALISIS DE CERCHAS POR METODOS MATRICIALES				RESULTADOS DEL ANALISIS								
DATOS DE ENTRADA				REACCIONES EN LOS APOYOS								
				X1 =	Y1 =							
MATERIAL	d =	9,000mm	X2 =	0,000kN								
ACERO	A =	63,617mm ²	Y2 =	0,000kN								
		200kN/mm ²										
ACERO	CARGA POR NODO LIBRE		DESPLAZAMIENTO EN LOS NUDOS LIBRES		FUERZA INTERNA EN LOS ELEMENTOS		ESFUERZO INTERNO					
ALUMINIO	X3 =	0,000kg	X3 =	0,000kN	u ₃ =	0,00mm	S1-3 =	0,000kN	N	σ1-3 =	0,000kN/mm ²	N
MADERA	Y3 =	0,000kg	Y3 =	0,000kN	v ₃ =	0,00mm	S1-4 =	0,000kN	N	σ1-4 =	0,000kN/mm ²	N
	X4 =	0,000kg	X4 =	0,000kN	u ₄ =	0,00mm	S3-4 =	0,000kN	N	σ3-4 =	0,000kN/mm ²	N
	Y4 =	0,000kg	Y4 =	0,000kN	v ₄ =	0,00mm	S3-2 =	0,000kN	N	σ3-2 =	0,000kN/mm ²	N
							S4-2 =	0,000kN	N	σ4-2 =	0,000kN/mm ²	N

Fuente: propia.

Ahora la casilla correspondiente al valor numérico del módulo elástico de la interfaz de inicio, dependerá del material escogido para esto se utiliza la función +BUSCARV, con esto cada vez que se seleccione un material diferente en la lista desplegable automáticamente cambiara el valor del módulo elástico. Este comando solicita que se seleccione primero la casilla del menú desplegable de materiales, seguido de punto y coma.

Figura 34:Formulación de la función Buscarv en Excel



Fuente: propia.

Segundo el rango de datos con de los materiales con su módulo elástico, el cual se encuentra en la pestaña materiales, se selecciona,seguido de punto y coma.

Figura 35:Selección de la matriz de materiales para la función Buscarv en Excel

	A	B
1	MATERIAL	MODULO ELASTICO
2	ACERO	200kN/mm2
3	ALUMINIO	70kN/mm2
4	MADERA	14kN/mm2


Fuente: propia.

Tercero, ya que este rango de datos cuenta con dos columnas, se escribe el número dos, para que escoja la segunda columna correspondiente al valor numérico del módulo elástico, seguido de punto y coma.

Cuarto solicitará una aprobación lógica, saldrá esta son verdadero o falso, se escoge la opción falso. Se cierra el paréntesis y se presiona la tecla Enter.

Ahora es momento de formular la carga por nodo libre, valor que dependerá de la masa que se cargue por nodo, dividido entre mil y multiplicado por menos nueve punto ocho, que corresponde al valor de la gravedad, esto para tener valores de carga en Kilo Newton negativos ya que las cargas son verticales descendentes.

Figura 36:Formulación de la carga por nodo libre



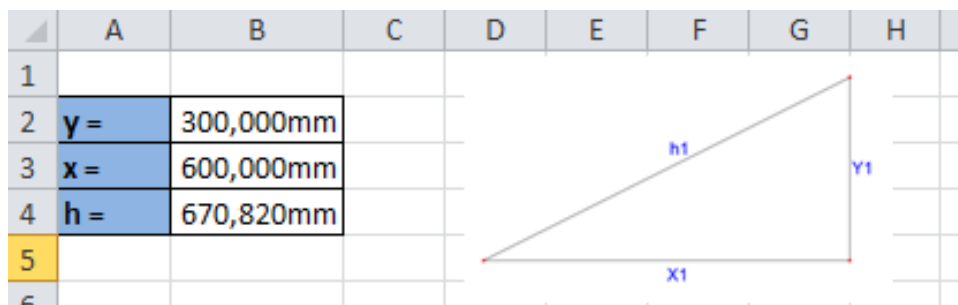
E8 f_x $=+(C8/1000)*-9,8$

Fuente: propia.

5.1.15. Planteamiento de la matriz de elementos de cercha plana.

Para esto se crea una nueva pestaña, la cual inicia con un cuadro de dimensiones de los elementos que componen la cercha, se nombran los elementos de acuerdo a su orientación, pueden ser verticales, horizontales o diagonales. Si existen elementos que se repiten se nombran una sola vez.

Figura 37: Dimensiones de los elementos que componen la cercha



Fuente: propia.

Con los valores de las dimensiones se planteara un cuadro geometría y relaciones trigonométricas, para cada elemento que compone la cercha, se nombran los elementos de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba. En este cuadro se tendrá en cuenta el ángulo que forma cada elemento con respecto al eje ortogonal horizontal, los ángulos van de cero a noventa grados y adoptaran valores positivos o negativos dependiendo si de izquierda a derecha ascienden o descienden, si es un elemento vertical tendrá un valor de noventa grados y si es horizontal cero grados. Se ilustran a continuación como se debe formular cada casilla.

Figura 38: Cuadro de geometría y relaciones trigonométricas de los elementos que componen la cercha

	A	B	C	D	E	F	G	H
6	GEOMETRIA Y RELACIONES TRIGONOMETRICAS							
7	Elem.	Φ	c	s	c²	s²	cs	A/L
8	(1-3)	0,0000	1,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,212
9	(1-4)	26,5651	0,894	0,447	0,800	0,200	0,400	0,190
10	(3-4)	90,0000	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	0,424
11	(3-5)	0,0000	1,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,424
12	(4-5)	-26,5651	0,894	-0,447	0,800	0,200	-0,400	0,190
13	(4-6)	26,5651	0,894	0,447	0,800	0,200	0,400	0,190
14	(6-5)	90,0000	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	0,212
15	(5-7)	0,0000	1,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,212
16	(5-8)	26,5651	0,894	0,447	0,800	0,200	0,400	0,190
17	(6-8)	-26,5651	0,894	-0,447	0,800	0,200	-0,400	0,190
18	(7-8)	90,0000	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	0,424
19	(7-2)	0,0000	1,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,212
20	(8-2)	-26,5651	0,894	-0,447	0,800	0,200	-0,400	0,190

Fuente: propia.

Para el ángulo solo se formula si es un elemento diagonal, utilizando la función Atan en relación con el cuadro de dimensiones. Esta función devuelve el valor inverso de la tangente de un ángulo.

Figura 39:Formulación para calcular el ángulo horizontal de un elemento de cercha plana

B10	f_x	{=GRADOS(ATAN('M. Elementos'!B2/'M. Elementos'!B3))}
-----	-------	--

Fuente: propia.

Se utiliza la fórmula del coseno para la celda siguiente,

Figura 40: Formulación para calcular el valor del coseno del ángulo horizontal de un elemento de cercha plana



Fuente: propia.

Se utiliza la fórmula del seno para la celda siguiente,

Figura 41: Formulación para calcular el valor del seno del ángulo horizontal de un elemento de cercha plana



Fuente: propia.

Se eleva al cuadrado el valor del coseno y del seno para las celdas siguientes,

Figura 42: Formulación para elevar al cuadrado el valor del coseno y el seno



Fuente: propia.

Luego se multiplica el valor del coseno por el seno,

Figura 43:Formulación para multiplicar el coseno por el seno



Fuente: propia.

Por último se divide el área de la sección transversal entre la longitud del elemento,

Figura 44:Formulación de la relación entre la sección transversal y la longitud del elemento



Fuente: propia.

Se repiten estos pasos para cada elemento hasta completar el cuadro. Ahora se inicia el planteamiento de la matriz de transformación de coordenadas locales a globales para elementos de cerchas planas, esta permite configurar los datos de coordenadas locales de cada elemento a coordenadas generales de la estructura.

Figura 45: Matriz de transformación de coordenadas locales a globales en elementos de cercha plana sin ser multiplicada por la relación entre la sección transversal y la longitud del elemento

$k_{(1-3)}$	EA/L	u_1	v_1	u_3	v_3	
		1,000	0,000	-1,000	0,000	u_1
		0,000	0,000	0,000	0,000	u_1
		-1,000	0,000	1,000	0,000	u_3
		0,000	0,000	0,000	0,000	v_3

Fuente: propia.

En este cuadro se organiza la información del elemento según la expresión planteada en la definición de matriz de elementos de cercha plana. Luego la relación entre el área de la sección transversal y la longitud del elemento, se multiplica por la matriz de elementos presionando al final las teclas Ctrl+Shift+Enter, para que se ejecute la multiplicación de la matriz por un escalar.

Figura 46: Formulación para multiplicar la matriz de transformación de coordenadas locales a globales en elementos de cercha plana por la relación entre la sección transversal y la longitud del elemento.

C29				f_x		{=+H9*(C23:F26)}		
	A	B	C	D	E	F	G	H
28			u_1	v_1	u_3	v_3		
29			0,106	0,000	-0,106	0,000	u_1	
30	$k_{(1-3)}$	E	0,000	0,000	0,000	0,000	u_1	
31			-0,106	0,000	0,106	0,000	u_3	
32			0,000	0,000	0,000	0,000	v_3	

Fuente: propia.

Se repite el procedimiento, para cada elemento que compone la cercha.

4.1.16. Planteamiento de la matriz de superposición.

Este procedimiento requiere crear una nueva pestaña. Para poder aplicar el concepto de superposición explicado en el marco teórico se deben elaborar una matriz que relacione todos los desplazamientos relativos de cada nodo, dejando de últimas los nodos restringidos y llenando las celdas que no tengan relevancia en el elemento con ceros. Estos desplazamientos relativos son los que se calcularon anteriormente en la matriz de elementos, se ubican de acuerdo a los nodos que involucrados en cada barra, para distinguir estos datos se marcaran con color rojo. Quedando de la siguiente manera:

Figura 47:Matriz de superposición para elementos de cercha plana

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1			u_3	v_3	u_4	v_4	u_1	v_1	u_2	v_2	
2		$k_{(1-3)}$	0,106	0,000	0,000	0,000	-0,106	0,000	0,000	0,000	u_3
3			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	v_3
4			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	u_4
5			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	v_4
6			-0,106	0,000	0,000	0,000	0,106	0,000	0,000	0,000	u_1
7			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	v_1
8			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	u_2
9			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	v_2

Fuente: propia.

Para poder ingresar relacionar aquí estos datos se debe primero seleccionar el rango donde se ubican, oprimir la tecla más con este rango seleccionado.

Figura 48:Selección del rango de datos de la matriz de superposición según el elemento

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1			u_3	v_3	u_4	v_4	u_1	v_1	u_2	v_2	
2		$k_{(1-3)}$	0,106	0,000	0,000	0,000	-0,106	0,000	0,000	0,000	u_3
3			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	v_3
4			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	u_4
5			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	v_4
6			-0,106	0,000	0,000	0,000	0,106	0,000	0,000	0,000	u_1
7			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	v_1
8			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	u_2
9			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	v_2

Fuente: propia.

Luego dirigirse a la matriz de elementos seleccionar el rango de datos y finalizar oprimiendo las teclas Ctrl+Shift+Enter.

Figura 49:Selección del rango de datos de la matriz de elementos de cercha plana

28			u_1	v_1	u_3	v_3	
29	$k_{(1-3)}$	E	0,106	0,000	-0,106	0,000	u_1
30			0,000	0,000	0,000	0,000	u_1
31			-0,106	0,000	0,106	0,000	u_3
32			0,000	0,000	0,000	0,000	v_3
33							

Fuente: propia.

Repitiendo este procedimiento hasta completar el cuadro. Se debe realizar todos los pasos mencionados hasta tener una matriz de superposición para cada elemento.

5.1.17. Planteamiento de la solución matricial.

Se crea una nueva pestaña elaborando en ella una matriz que contenga todas las celdas suficientes para los desplazamientos relativos de todos los nodos. Esta se inicia realizando la suma de todas las matrices de superposición de cada elemento. Procedimiento que se lleva a cabo seleccionando este rango de datos y oprimiendo la tecla más. Luego se dirige a cada una de las matrices de superposición, se selecciona el rango de datos y se van sumando una a una estas matrices con la tecla +. Al final se oprimen las teclas Ctrl+Shif+Enter. La matriz quedará finalmente:

Figura 50: Suma de matrices de superposición para la solución matricial

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2							F_n	K_{nn}	K_{na}	δ_n	
3							F_a	K_{an}	K_{aa}	δ_a	
4											
5											
6			u_3	v_3	u_4	v_4	u_1	v_1	u_2	v_2	
7			0,212	0,000	0,000	0,000	-0,106	0,000	-0,106	0,000	u_3
8			0,000	0,212	0,000	-0,212	0,000	0,000	0,000	0,000	v_3
9			0,000	0,000	0,152	0,000	-0,076	-0,038	-0,076	0,038	u_4
10			0,000	-0,212	0,000	0,250	-0,038	-0,019	0,038	-0,019	v_4
11			-0,106	0,000	-0,076	-0,038	0,182	0,038	0,000	0,000	u_1
12			0,000	0,000	-0,038	-0,019	0,038	0,019	0,000	0,000	v_1
13			-0,106	0,000	-0,076	0,038	0,000	0,000	0,182	-0,038	u_2
14			0,000	0,000	0,038	-0,019	0,000	0,000	-0,038	0,019	v_2

Fuente: propia.

Luego para hallar los desplazamientos teóricos en cada nodo, se crea una matriz donde se calculara la inversa del elemento K_{nn} , esto se realiza seleccionando el rango de celdas donde se pretende que calcule la inversa de esta matriz, se presiona la tecla más y se escribe la función MINVERSA.

Figura 51: Formulación para calcular la inversa del elemento K_{nn}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									
22									
23									
24									
25									
26									

C17 f_x {=+MINVERSA(C6:F9)}

$[\delta_n] = [K_{nn}]^{-1} [F_n]$

$u_3 =$	5	0	0,000	0,000	0
$v_3 =$	0,000	31,077	0,000	26,362	0
$u_4 =$	0,000	0,000	6,590	0,000	0
$v_4 =$	0,000	26,362	0,000	26,362	0

Fuente: propia.

Luego se selecciona el rango de datos correspondientes a al elemento K_{nn} , finalmente se presionan las teclas Ctrl+Shift+Enter simultáneamente, ya que la matriz del elemento K_{nn} se le calculó la inversa; se debe calcular el inverso del módulo elástico el cual será equivalente a la unidad dividida entre el valor del módulo elástico que se encuentra en la interfaz de inicio.

Figura 52:Formulación para el cálculo del inverso del módulo elástico

B17		fx		=1/INICIO!E6				
A	B	C	D	E	F	G	H	I
14								
15								
16								
17	$u_3 =$	0,005	5	0	0,000	0,000	0	
18	$v_3 =$		0,000	31,077	0,000	26,362		0
19	$u_4 =$		0,000	0,000	6,590	0,000		0
20	$v_4 =$		0,000	26,362	0,000	26,362		0
21								
22	$u_3 =$	0,000						
23	$v_3 =$	0,000						
24	$u_4 =$	0,000						
25	$v_4 =$	0,000						

Fuente: propia.

Ahora se deben relacionar las cargas aplicadas, las cuales se encuentran en la interfaz de inicio, para esto se selecciona el rango de la columna frente a la matriz inversa ya calculada se oprime la tecla más, luego seleccionar el rango de datos de las cargas aplicadas, posteriormente oprimir simultáneamente las teclas Ctrl+Shift+Enter.

Figura 53: Selección de las cargas aplicadas en los nodos libres

	A	B	C	D	E	F	G	H	I																			
14																												
15								$[\delta_n] = [K_{nn}]^{-1} [F_n]$																				
16																												
17	$u_3 =$	0,005	<table border="1"> <tr> <td>5</td> <td>0</td> <td>0,000</td> <td>0,000</td> </tr> <tr> <td>0,000</td> <td>31,077</td> <td>0,000</td> <td>26,362</td> </tr> <tr> <td>0,000</td> <td>0,000</td> <td>6,590</td> <td>0,000</td> </tr> <tr> <td>0,000</td> <td>26,362</td> <td>0,000</td> <td>26,362</td> </tr> </table>				5	0	0,000	0,000	0,000	31,077	0,000	26,362	0,000	0,000	6,590	0,000	0,000	26,362	0,000	26,362	<table border="1"> <tr> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> </tr> </table>		0	0	0	0
5	0		0,000	0,000																								
0,000	31,077		0,000	26,362																								
0,000	0,000		6,590	0,000																								
0,000	26,362	0,000	26,362																									
0																												
0																												
0																												
0																												
18	$v_3 =$																											
19	$u_4 =$																											
20	$v_4 =$																											
21																												
22	$u_3 =$	0,000																										
23	$v_3 =$	0,000																										
24	$u_4 =$	0,000																										
25	$v_4 =$	0,000																										

Fuente: propia.

Para ejecutar la las multiplicación del inverso del módulo elástico, por las matrices de rigidez y de fuerzas aplicadas, se selecciona el rango donde quedaran estos resultados se oprime la tecla más y se selecciona el inverso del módulo elástico, se abre un paréntesis y se utiliza la función MMULT, luego se selecciona el rango de datos de la matriz inversa del elemento K_{nn} se pone punto y coma y se selecciona el rango de datos de las fuerzas aplicadas, a continuación se oprimen simultáneamente las teclas Ctrl+Shif+Enter. Con esto se obtienen los desplazamientos teóricos de los nodos libres. Estos resultados se deben relacionar en la interfaz de inicio, seleccionando el rango donde se pretende que se muestren oprimiendo la tecla más, se seleccionar el rango de datos de estos desplazamientos y se finaliza oprimiendo simultáneamente las teclas Ctrl+Shif+Enter.

Figura 54:Formulación para calcular los desplazamientos en los nodos libres

		B22				fx {=+B17*(MMULT(C17:F20;H17:H20))}				
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
15							$[\delta_n] = [K_{nn}]^{-1} [F_n]$			
16										
17	$u_3 =$	0,005	5	0	0,000	0,000]]	0	
18	$v_3 =$		0,000	31,077	0,000	26,362			0	
19	$u_4 =$		0,000	0,000	6,590	0,000			0	
20	$v_4 =$		0,000	26,362	0,000	26,362			0	
21										
22	$u_3 =$	0,000								
23	$v_3 =$	0,000								
24	$u_4 =$	0,000								
25	$v_4 =$	0,000								
26										

Fuente: propia.

Estos resultados se deben relacionar en la interfaz de inicio, seleccionando el rango donde se pretende que se muestren oprimiendo la tecla más, se selecciona el rango de datos de estos desplazamientos y se finaliza oprimiendo simultáneamente las teclas Ctrl+Shif+Enter.

El último paso de la solución matricial es calcular las fuerzas de reacción en los apoyos, para esto se crea una matriz donde se relaciona el módulo elástico el elemento K_{an} y los desplazamientos teóricos de los nodos.

Figura 55:Matriz para el cálculo de la fuerzas de reacción en los apoyos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
33							$[F_a] =$	$[K_{an}] [K_{nn}]^{-1} [F_n]$		
34										
35	X1 =	200,000	-0,106	0,000	-0,076	-0,038		0,000		
36	Y1 =		0,000	0,000	-0,038	-0,019		0,000		
37	X2 =		-0,106	0,000	-0,076	0,038		0,000		
38	Y2 =		0,000	0,000	0,038	-0,019		0,000		
39										
40										
41	X1 =	0,000								
42	Y1 =	0,000								
43	X2 =	0,000								
44	Y2 =	0,000								

Fuente: propia.

El cálculo de estas fuerzas se resume a la multiplicación del módulo elástico, por la matriz del elemento K_{an} y por los desplazamientos teóricos de los nodos libres. Esto se formula seleccionando el rango de datos donde se dará el resultado, luego se oprime la tecla más se selecciona el valor del módulo elástico, se abre un paréntesis, y se utiliza la función MMULT, seleccionando el rango de datos de elemento K_{an} seguido de punto y coma, luego se selecciona el rango de datos de los desplazamientos de los nodos y se finaliza oprimiendo las teclas Ctrl+Shif+Enter de manera simultánea. Por último se deben relacionar estos resultados en la matriz de inicio en el rango de celdas donde se pretende que se muestren, seleccionando estas celdas seguido de la tecla más y luego seleccionan el rango de los resultados de las fuerzas de reacción en seguida se oprimen simultáneamente las teclas Ctrl+Shif+Enter.

5.1.18. Planteamiento de la matriz de fuerzas internas.

Para conocer las fuerzas internas de cada uno de los elementos se procede de acuerdo con lo expuesto en el marco conceptual para este fin. Iniciando en la primera celda se calcula la rigidez de cada elemento, multiplicando la relación entre el área del elemento por la longitud del mismo, la cual se calculó en la pestaña de la matriz de elementos de cercha plana, y se multiplica por el valor del módulo elástico valor que se puede encontrar en la interfaz de inicio.

Figura 56: Matriz para el cálculo de las fuerzas internas en elementos de cercha plana

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	$s_{i-j} =$	AE/L	c	s	$\begin{bmatrix} u_j & u_i \\ v_j & v_i \end{bmatrix}$		
3							
4							
5							
6	$S_{1-3} =$	21,206	1,000	0,000	$\begin{bmatrix} 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 \end{bmatrix}$		0,000
7							
8							
9	$S_{1-3} =$	0,000					

Fuente: propia.

Luego se relacionan los valores del seno y el coseno del ángulo que forma cada elemento con respecto a su eje ortogonal horizontal, calculados también en la pestaña de matriz de elementos de cercha plana. Oprimiendo la tecla más y seleccionando estos valores seguidos de la tecla Enter.

A continuación se relacionan los valores de los desplazamientos en los nodos libres, calculados en la pestaña de solución matricial, en la primera columna los desplazamientos del

nodo final y en la segunda los del nodo inicial. Para ambos casos se selecciona en rango de celdas de la columna correspondiente, a continuación se oprime la tecla más y se buscan estos desplazamientos en la pestaña de solución matricial se seleccionan y se finaliza oprimiendo simultáneamente las teclas Ctrl+Shif+Enter.

Para operar esta matriz se calcula parcialmente, primero se calcula la multiplicación de las matrices de seno y coseno por los desplazamientos de los nodos, con la función MMULT seleccionando cada rango de datos separados de punto y coma, por último se oprimen de manera simultánea las teclas Ctrl+Shif+Enter. Luego de tener este resultado se multiplica por el valor de la rigidez de cada elemento, obteniendo así la fuerza interna en cada uno de ellos.

Los pasos anteriores se repiten para cada elemento, se deben relacionar en la interfaz de inicio para todos los elementos. Teniendo este valor en la interfaz de inicio se puede calcular el esfuerzo interno dividiendo esta la fuerza interna sobre la sección transversal del elemento. Para ambos casos se condiciona una columna con la función lógica SI, para que dependiendo de que el valor calculado sea negativo o positivo en la interfaz se determine automáticamente si es un efecto compresivo o tensor, de ser cero sería un efecto neutro. Se formula así:

Figura 57: Formulación para determinación de compresión o tensión en elementos de cercha plana

ANÁLISIS DE CERCHAS POR METODOS MATRICIALES		RESULTADOS DEL ANÁLISIS									
DATOS DE ENTRADA		REACCIONES EN LOS APOYOS									
		X1 =	0,000kN								
		Y1 =	0,000kN								
MATERIAL	d = 9,000mm	X2 =	0,000kN								
	A = 63,617mm ²	Y2 =	0,000kN								
ACERO	E = 200kN/mm ²										
MASA POR NODO LIBRE	CARGA POR NODO LIBRE	DESPLAZAMIENTO EN LOS NUDOS LIBRES		FUERZA INTERNA EN LOS ELEMENTOS		ESFUERZO INTERNO					
X3 = 0,000kg	X3 = 0,000kN	u ₃ = 0,00mm	S1-3 = 0,000kN	N	σ1-3 = 0,000kN/mm ²	N					
Y3 = 0,000kg	Y3 = 0,000kN	v ₃ = 0,00mm	S1-4 = 0,000kN	N	σ1-4 = 0,000kN/mm ²	N					
X4 = 0,000kg	X4 = 0,000kN	u ₄ = 0,00mm	S3-4 = 0,000kN	N	σ3-4 = 0,000kN/mm ²	N					
Y4 = 0,000kg	Y4 = 0,000kN	v ₄ = 0,00mm	S3-2 = 0,000kN	N	σ3-2 = 0,000kN/mm ²	N					
			S4-2 = 0,000kN	N	σ4-2 = 0,000kN/mm ²	N					

Fuente: propia.

5.2. Proceso constructivo

La construcción del prototipo se llevó a cabo en diferentes tiempos que componen las fases del proceso. Estas fases se resumen a continuación:

- **Placa de concreto.** Inicialmente se pasaron niveles de referencia con equipo topográfico para obtener precisión milimétrica. Luego se mezclaron los materiales del concreto de forma manual con pala y finalmente se fundió la placa.

Ilustración 10: Marcado de niveles de referencia



Fuente: propia.

Ilustración 11: Mezcla de materiales para el concreto



Fuente: propia.

Ilustración 12: Nivelación del concreto con llana metálica



Fuente: propia.

Ilustración 13: Placa fundida



Fuente: propia.

- **Elaboración de columnas.** En esta etapa se enviaron los materiales necesarios para la elaboración de los soportes a un taller de ornamentación donde se encargaron de materializar lo consignado en los planos.
- **Elaboración de cerchas.** Al igual que en la etapa anterior los materiales fueron llevados al taller de ornamentación donde materializaron lo consignado en los planos de las cerchas.
- **Instalación de Columnas.** Se comenzó por marcar los orificios de los pernos para posteriormente abrirlos con taladro. Acto a seguir fue la limpieza de los orificios para poder aplicar la soldadura epóxica, que asegura los pernos a la placa de concreto. Finalmente se ubicaron las columnas, se ajustaron y se nivelaron con tuercas y arandelas. Una vez instaladas se les soldó un tubo de acero estructural rectangular de manera horizontal para que este servirá de soporte a la base magnética del comparador de caratula. Después de completar la instalación se procedió a pintar.

Ilustración 14: Aplicación de soldadura epóxica



Fuente: propia.

Ilustración 15: Columnas instaladas y ancladas



Fuente: propia.

Ilustración 16: Proceso de unión con soldadura del soporte para la base magnética



Fuente: propia.

- **Elaboración de pesas.** Para llevar a cabo esta fase se utilizó tubería sanitaria de cuatro pulgadas de diámetro, en cuatro dimensiones de longitud, diez centímetros, quince centímetros, veinte centímetros y veinticinco centímetros. Se llenaron con concreto y posterior mente se perforaron con taladro por las dos caras para poder aplicar soldadura epóxica, para asegurar los ganchos.

Ilustración 17: Tubos cortados para las pesas



Fuente: propia.

Ilustración 18:Figurado de los ganchos



Fuente: propia.

Ilustración 19: Aplicación de soldadura epóxica para instalación de ganchos.



Fuente: propia.

- **Elaboración e instalación del mueble para el computador.** En esta etapa se acudió a un taller de carpintería donde, de acuerdo a las dimensiones del equipo de cómputo se elaboró un mueble. Luego se llevó al laboratorio y se instaló apoyado por dos pie de amigo en la base y cuatro chazos expansivos de seguridad en la pared.

Ilustración 20: Perforación para instalación del mueble del computador

Fuente: propia.

5.3. Comparación de los resultados teóricos y reales de las deformaciones

Se realizaron pruebas con diferentes intervalos de carga para recolectar datos y elaborar gráficas que describan el comportamiento de cada cercha tanto en la imposición de cargas como en la descarga, mostrando el umbral de diferencia presentado entre los cálculos teóricos por métodos matriciales y las mediciones hechas con el comparador de caratula digital para cada modelo de cercha. Se relacionan a continuación los datos recolectados para cada modelo y su respectiva gráfica.

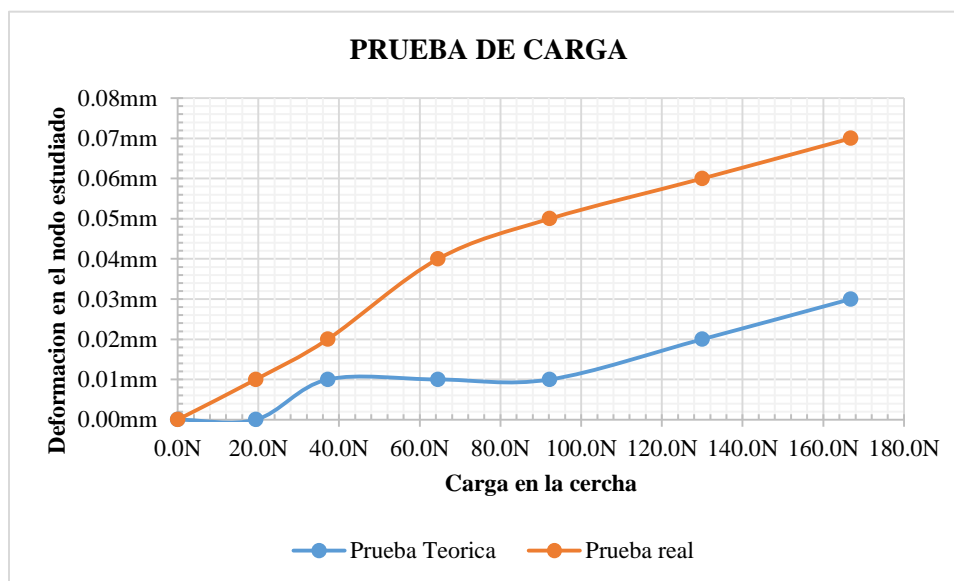
5.3.1. Prueba cercha tipo techo básica.

Tabla 2: Información de prueba de carga cercha tipo techo Básica

INTERVALO DE CARGA	MASA EN LA ESTRUCTURA	CARGA EN LA ESTRCUTURA	DEFORMACION TEORICA EN EL NODO ESTUDIADO	DEFORMACION REAL EN EL NODO ESTUDIADO
0	0.00Kg	0.0N	0.00mm	0.00mm
1	1.98Kg	19.4N	0.00mm	0.01mm
2	3.80Kg	37.2N	0.01mm	0.02mm
3	6.59Kg	64.5N	0.01mm	0.04mm
4	9.41Kg	92.2N	0.01mm	0.05mm
5	13.27Kg	130.0N	0.02mm	0.06mm
6	17.02Kg	166.8N	0.03mm	0.07mm

Fuente: propia.

Gráfica 1: comportamiento ante la prueba de carga cercha tipo techo Básica.

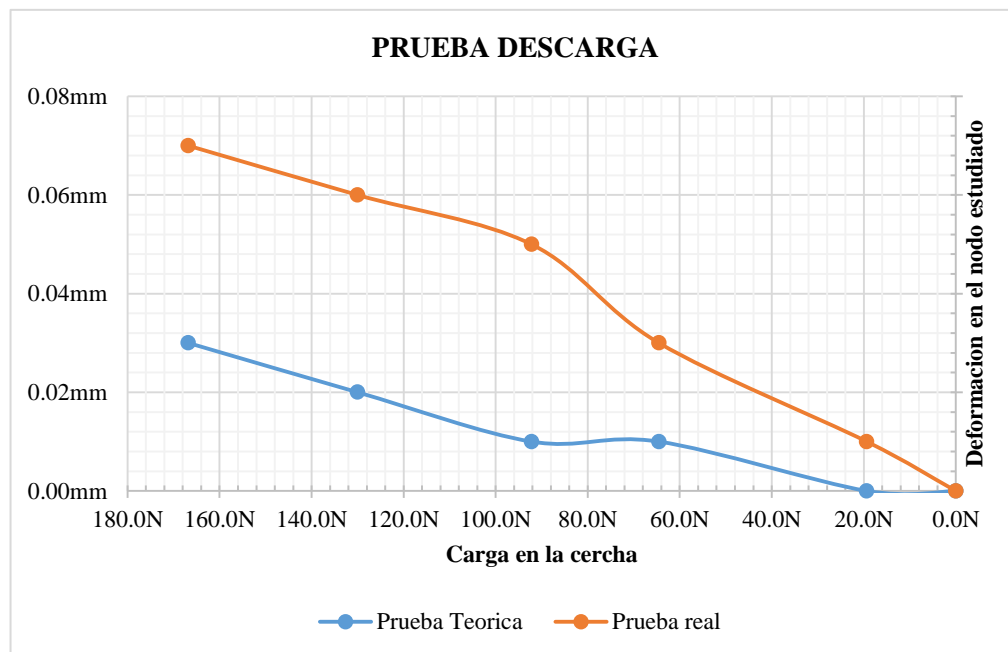


Fuente: propia.

Tabla 3: Información de prueba descarga cercha tipo techo Básica

INTERVALO DE CARGA	MASA EN LA ESTRUCTURA	CARGA EN LA ESTRCUTURA	DEFORMACION TEORICA EN EL NODO ESTUDIADO	DEFORMACION REAL EN EL NODO ESTUDIADO
1	17.02Kg	166.8N	0.03mm	0.07mm
2	13.27Kg	130.0N	0.02mm	0.06mm
3	9.41Kg	92.2N	0.01mm	0.05mm
4	6.59Kg	64.5N	0.01mm	0.03mm
5	1.98Kg	19.4N	0.00mm	0.01mm
6	0.00Kg	0.0N	0.00mm	0.00mm

Fuente: propia.

Gráfica 2: comportamiento ante la prueba descarga cercha tipo techo Básica

Fuente: propia.

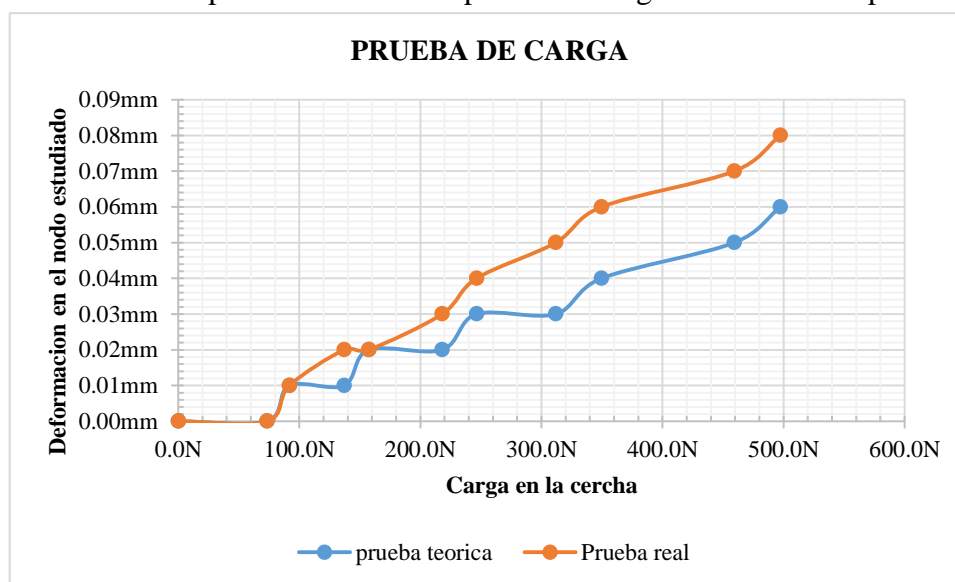
5.3.2. Prueba cercha Howe tipo techo.

Tabla 4: Información de prueba de carga cercha Howe tipo techo

INTERVALO DE CARGA	MASA EN LA ESTRUCTURA	CARGA EN LA ESTRUCTURA	DEFORMACION TEORICA EN EL NODO ESTUDIADO	DEFORMACION REAL EN EL NODO ESTUDIADO
0	0.00Kg	0.0N	0.00mm	0.00mm
1	7.48Kg	73.3N	0.00mm	0.00mm
2	9.37Kg	91.8N	0.01mm	0.01mm
3	13.98Kg	137.0N	0.01mm	0.02mm
4	16.05Kg	157.3N	0.02mm	0.02mm
5	22.24Kg	217.9N	0.02mm	0.03mm
6	25.15Kg	246.4N	0.03mm	0.04mm
7	31.82Kg	311.8N	0.03mm	0.05mm
8	35.67Kg	349.6N	0.04mm	0.06mm
9	46.87Kg	459.3N	0.05mm	0.07mm
10	50.75Kg	497.4N	0.06mm	0.08mm

Fuente: propia.

Gráfica 3: comportamiento ante la prueba de carga cercha Howe tipo techo

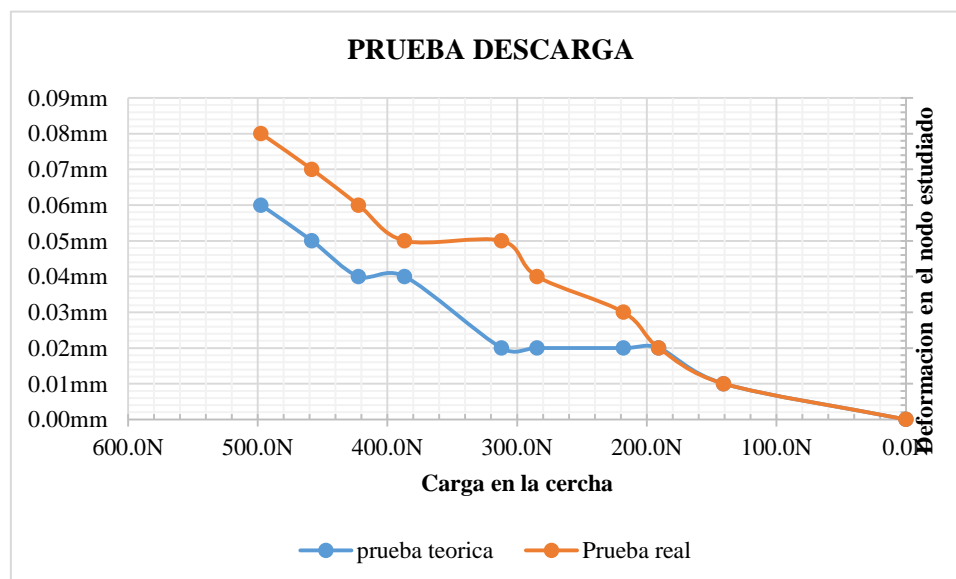


Fuente: propia.

Tabla 5: Información de prueba descarga cercha Howe tipo techo

INTERVALO DE CARGA	MASA EN LA ESTRUCTURA	CARGA EN LA ESTRUCUTURA	DEFORMACION	DEFORMACION
			TEORICA EN EL NODO ESTUDIADO	REAL EN EL NODO ESTUDIADO
0	50.75Kg	497.4N	0.06mm	0.08mm
1	46.75Kg	458.2N	0.05mm	0.07mm
2	43.08Kg	422.2N	0.04mm	0.06mm
3	39.44Kg	386.5N	0.04mm	0.05mm
4	31.82Kg	311.8N	0.02mm	0.05mm
5	29.03Kg	284.4N	0.02mm	0.04mm
6	22.24Kg	217.9N	0.02mm	0.03mm
7	19.45Kg	190.6N	0.02mm	0.02mm
8	14.34Kg	140.5N	0.01mm	0.01mm
9	0.00Kg	0.0N	0.00mm	0.00mm

Fuente: propia.

Gráfica 4: comportamiento ante la prueba descarga cercha Howe tipo techo

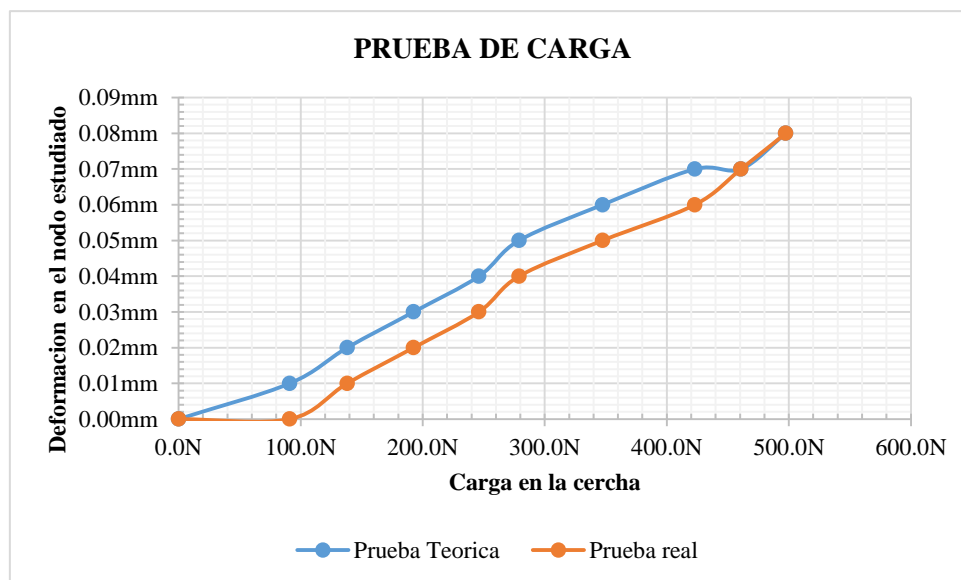
Fuente: propia.

5.3.3. Prueba cercha Warren tipo techo.

Tabla 6: Información de prueba de carga cercha Warren tipo techo

INTERVALO DE CARGA	MASA EN LA ESTRUCTURA	CARGA EN LA ESTRUCUTURA	DEFORMACION TEORICA EN EL NODO ESTUDIADO	DEFORMACION REAL EN EL NODO ESTUDIADO
0	0.00Kg	0.0N	0.00mm	0.00mm
1	9.30Kg	91.1N	0.01mm	0.00mm
2	14.10Kg	138.2N	0.02mm	0.01mm
3	19.65Kg	192.6N	0.03mm	0.02mm
4	25.11Kg	246.1N	0.04mm	0.03mm
5	28.47Kg	279.0N	0.05mm	0.04mm
6	35.45Kg	347.4N	0.06mm	0.05mm
7	43.16Kg	423.0N	0.07mm	0.06mm
8	47.02Kg	460.8N	0.07mm	0.07mm
9	50.77Kg	497.5N	0.08mm	0.08mm

Fuente: propia.

Gráfica 5: comportamiento ante la prueba de carga cercha Warren tipo techo

Fuente: propia.

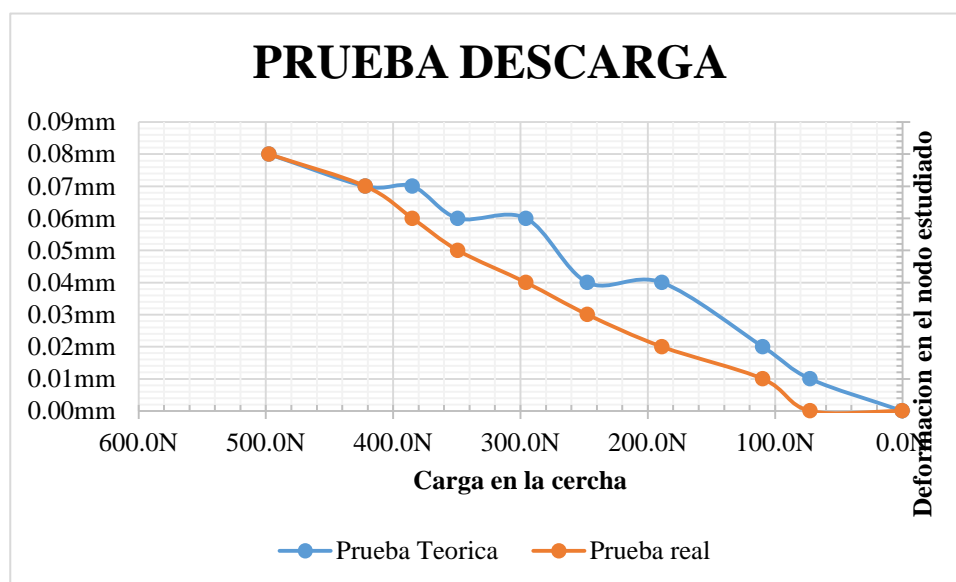
Tabla 7: Información de prueba descarga cercha Warren tipo techo

INTERVALO DE CARGA	MASA EN LA ESTRUCTURA	CARGA EN LA ESTRUCUTURA	DEFORMACION	DEFORMACION
			TEORICA EN EL NODO ESTUDIADO	REAL EN EL NODO ESTUDIADO
0	50.77Kg	497.5N	0.08mm	0.08mm
1	43.04Kg	421.7N	0.07mm	0.07mm
2	39.27Kg	384.8N	0.07mm	0.06mm
3	35.62Kg	349.1N	0.06mm	0.05mm
4	30.16Kg	295.6N	0.06mm	0.04mm
5	25.23Kg	247.3N	0.04mm	0.03mm
6	19.27Kg	188.8N	0.04mm	0.02mm
7	11.19Kg	109.7N	0.02mm	0.01mm
8	7.39Kg	72.4N	0.01mm	0.00mm

9	0.00Kg	0.0N	0.00mm	0.00mm
---	--------	------	--------	--------

Fuente: propia.

Gráfica 6: comportamiento ante la prueba descarga cercha Warren tipo techo



Fuente: propia.

5.3.4. Prueba cercha Howe tipo puente.

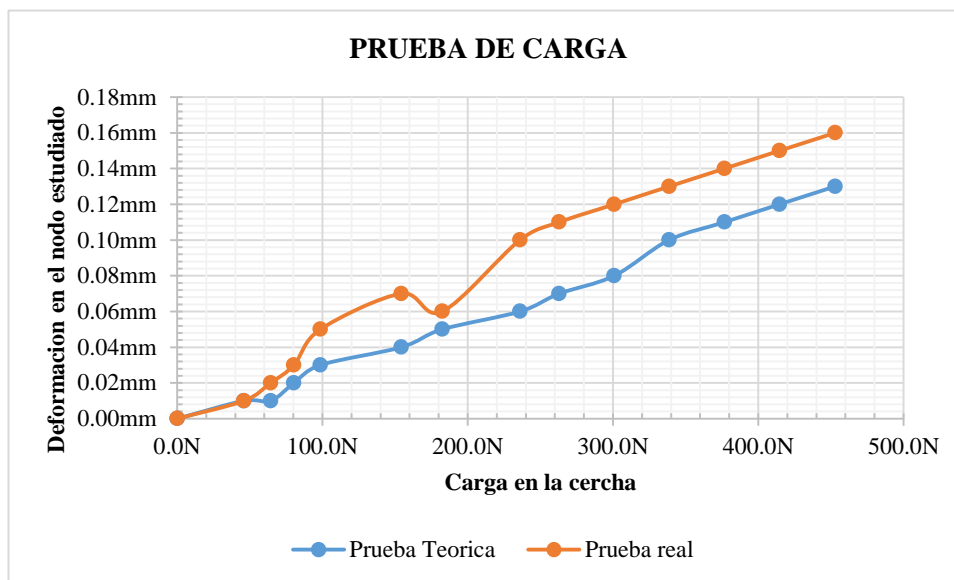
Tabla 8: Información de prueba de carga cercha Howe tipo puente

INTERVALO DE CARGA	MASA EN LA ESTRUCTURA	CARGA EN LA ESTRCUTURA	DEFORMACION	DEFORMACION
			TEORICA EN EL NODO ESTUDIADO	REAL EN EL NODO ESTUDIADO
0	0.00Kg	0.0N	0.00mm	0.00mm
1	4.69Kg	45.9N	0.01mm	0.01mm
2	6.58Kg	64.4N	0.01mm	0.02mm
3	8.20Kg	80.4N	0.02mm	0.03mm

4	10.06Kg	98.5N	0.03mm	0.05mm
5	15.74Kg	154.2N	0.04mm	0.07mm
6	18.62Kg	182.4N	0.05mm	0.06mm
7	24.08Kg	235.9N	0.06mm	0.10mm
8	26.84Kg	263.0N	0.07mm	0.11mm
9	30.70Kg	300.9N	0.08mm	0.12mm
10	34.55Kg	338.6N	0.10mm	0.13mm
11	38.44Kg	376.7N	0.11mm	0.14mm
12	42.31Kg	414.6N	0.12mm	0.15mm
13	46.22Kg	452.9N	0.13mm	0.16mm

Fuente: propia.

Gráfica 7: comportamiento ante la prueba de carga cercha Howe tipo puente

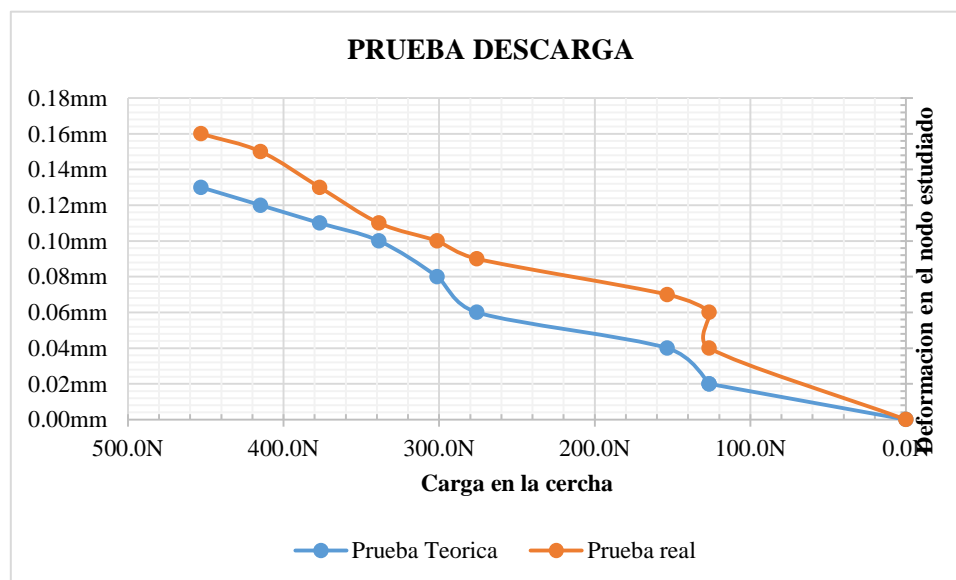


Fuente: propia.

Tabla 9: Información de prueba descarga cercha Howe tipo puente

INTERVALO DE CARGA	MASA EN LA ESTRUCTURA	CARGA EN LA ESTRCUTURA	DEFORMACION	DEFORMACION
			TEORICA EN EL NODO ESTUDIADO	REAL EN EL NODO ESTUDIADO
1	46.22Kg	452.9N	0.13mm	0.16mm
2	42.31Kg	414.6N	0.12mm	0.15mm
3	38.44Kg	376.7N	0.11mm	0.13mm
4	34.55Kg	338.6N	0.10mm	0.11mm
2	30.75Kg	301.3N	0.08mm	0.10mm
3	28.13Kg	275.6N	0.06mm	0.09mm
4	15.66Kg	153.4N	0.04mm	0.07mm
5	12.90Kg	126.4N	0.02mm	0.06mm
6	12.90Kg	126.4N	0.02mm	0.04mm
7	0.00Kg	0.0N	0.00mm	0.00mm

Fuente: propia.

Gráfica 8: comportamiento ante la prueba descarga cercha Howe tipo puente

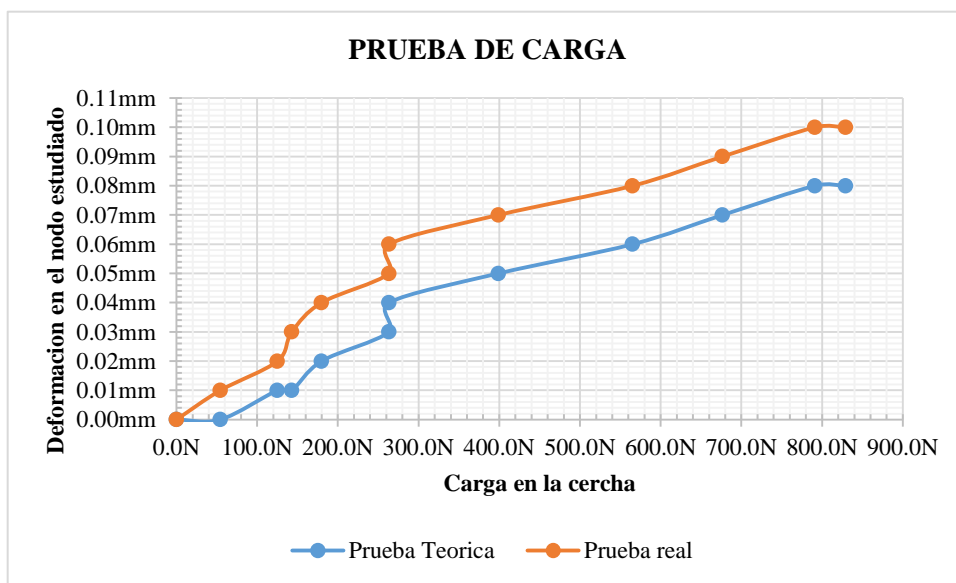
Fuente: propia.

5.3.5. Prueba cercha Parker tipo puente

Tabla 10: :Información de prueba de carga cercha Parker tipo puente

INTERVALO DE CARGA	MASA EN LA ESTRUCTURA	CARGA EN LA ESTRUCUTURA	DEFORMACION TEORICA EN EL NODO ESTUDIADO	DEFORMACION REAL EN EL NODO ESTUDIADO
0	0.00Kg	0.0N	0.00mm	0.00mm
1	5.56Kg	54.5N	0.00mm	0.01mm
2	12.77Kg	125.1N	0.01mm	0.02mm
3	14.59Kg	142.9N	0.01mm	0.03mm
4	18.35Kg	179.8N	0.02mm	0.04mm
5	26.87Kg	263.3N	0.03mm	0.05mm
6	26.87Kg	263.3N	0.04mm	0.06mm
7	40.71Kg	399.0N	0.05mm	0.07mm
8	57.68Kg	565.2N	0.06mm	0.08mm
9	69.06Kg	676.7N	0.07mm	0.09mm
10	80.74Kg	791.3N	0.08mm	0.10mm
11	84.61Kg	829.1N	0.08mm	0.10mm

Fuente: propia.

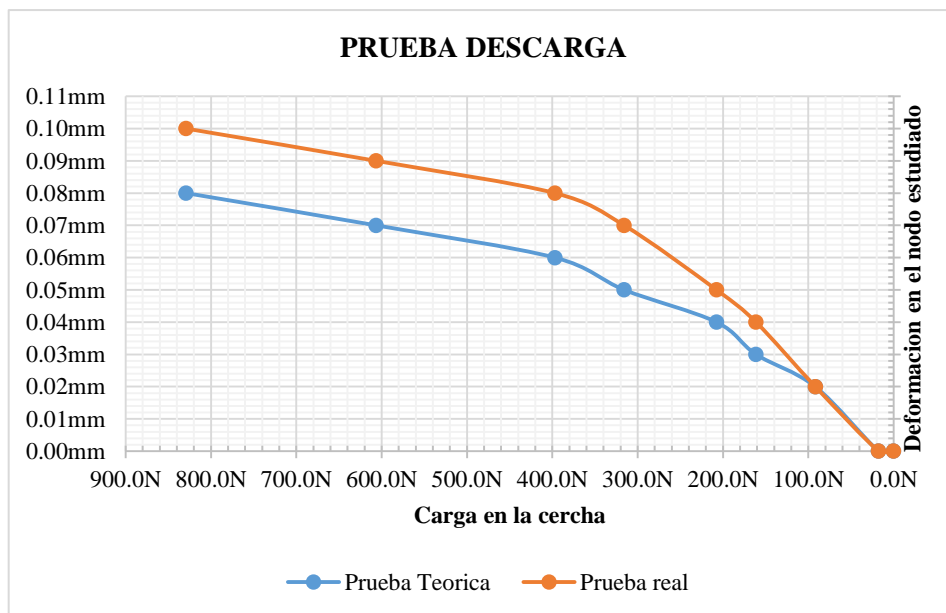
Gráfica 9: comportamiento ante la prueba de carga cercha Parker tipo puente

Fuente: propia.

Tabla 11: Información de prueba descarga cercha Parker tipo puente

INTERVALO DE CARGA	MASA EN LA ESTRUCTURA	CARGA EN LA ESTRUCTURA	DEFORMACION TEORICA EN EL NODO ESTUDIADO	DEFORMACION REAL EN EL NODO ESTUDIADO
1	84.61Kg	829.1N	0.08mm	0.10mm
2	61.90Kg	606.6N	0.07mm	0.09mm
3	40.51Kg	397.0N	0.06mm	0.08mm
4	32.22Kg	315.8N	0.05mm	0.07mm
5	21.19Kg	207.6N	0.04mm	0.05mm
6	16.46Kg	161.3N	0.03mm	0.04mm
7	9.37Kg	91.8N	0.02mm	0.02mm
8	1.80Kg	17.6N	0.00mm	0.00mm
9	0.00Kg	0.0N	0.00mm	0.00mm

Fuente: propia.

Gráfica 10: comportamiento ante la prueba descarga cercha Parker tipo puente

Fuente: propia.

5.3.6. Prueba cercha Baltimore tipo puente.

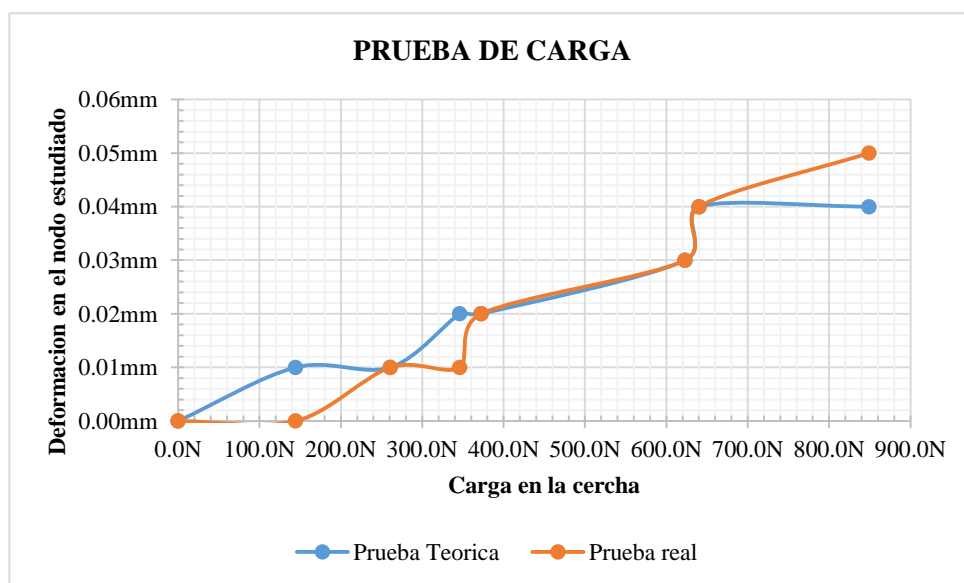
Tabla 12: Información de prueba de carga cercha Baltimore tipo puente

INTERVALO DE CARGA	MASA EN LA ESTRUCTURA	CARGA EN LA ESTRUCTURA	DEFORMACION TEORICA EN EL NODO ESTUDIADO	DEFORMACION REAL EN EL NODO ESTUDIADO
0	0.00Kg	0.0N	0.00mm	0.00mm
1	14.76Kg	144.6N	0.01mm	0.00mm
2	26.64Kg	261.1N	0.01mm	0.01mm
3	35.35Kg	346.4N	0.02mm	0.01mm
4	38.00Kg	372.4N	0.02mm	0.02mm

5	63.58Kg	623.1N	0.03mm	0.03mm
6	65.34Kg	640.3N	0.04mm	0.04mm
7	86.64Kg	849.0N	0.04mm	0.05mm

Fuente: propia.

Gráfica 11: comportamiento ante la prueba de carga cercha Baltimore tipo puente.



Fuente: propia.

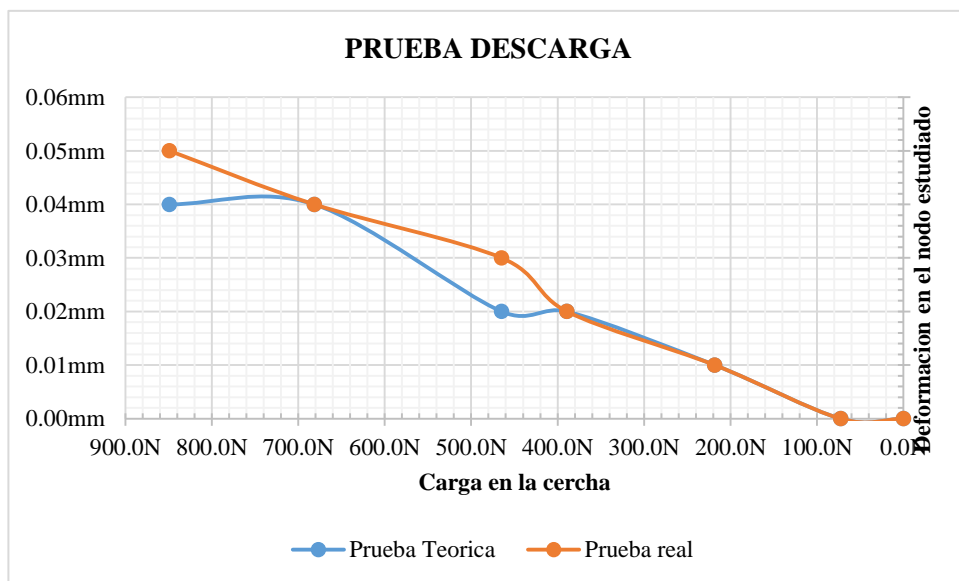
Tabla 13: Información de prueba descarga cercha Baltimore tipo puente

INTERVALO DE CARGA	MASA EN LA ESTRUCTURA	CARGA EN LA ESTRUCUTURA	DEFORMACION TEORICA EN EL NODO ESTUDIADO	DEFORMACION REAL EN EL NODO ESTUDIADO
0	86.64Kg	849.0N	0.04mm	0.05mm
1	69.54Kg	681.5N	0.04mm	0.04mm

2	47.42Kg	464.7N	0.02mm	0.03mm
3	39.71Kg	389.1N	0.02mm	0.02mm
4	22.26Kg	218.1N	0.01mm	0.01mm
5	7.41Kg	72.6N	0.00mm	0.00mm
6	0.00Kg	0.0N	0.00mm	0.00mm

Fuente: propia.

Gráfica 12: comportamiento ante la prueba descarga cercha Baltmiore tipo puente



Fuente: propia.

5.4. Diseño de las pruebas

De acuerdo a la funcionalidad del prototipo en relación con los datos de salida del mismo y en comparación con las mediciones mediante el comparador de caratula se idearon posibles tipos de pruebas de laboratorio. Es necesario dar una breve introducción del manejo de las hojas de cálculo como se verá a continuación.

5.4.1. Comprobación del módulo elástico del material.

Para esto es necesario realizar al menos tres pruebas con incrementos de carga y tomar en cuenta tanto la deformación teórica como la real presentada para el modelo de cercha y el nodo escogido. Los pasos serian:

1. Escoger un modelo de cercha y el nodo el cual se pretende analizar.
2. Fijar la base magnética.
3. Instalar el comparador de caratula bajo el nodo, permitiendo que este tome un valor para asegurar el contacto con la cercha y posteriormente seriarlo.
4. Medir las masas de las cargas que se pretenden aplicar e ingresar los datos en la plantilla de cálculo.
5. Observar tanto el valor teórico como el real de la deformación y el esfuerzo interno presentado para cada incremento.
6. Calcular la deformación unitaria presentada en el elemento.
7. Repetir los pasos tres, cuatro y cinco para cada incremento de carga.
8. Graficar esfuerzo vs deformación unitaria teórica y la real.
9. Calcular el modulo elástico real y el teórico presentado.

5.4.2. Dibujo de la catenaria o curva elástica.

Para esto se deben tomar los datos de salida de las hojas de cálculo para el modelo escogido, debido a que solo se dispone de un comparador de caratula solo se tendrán en cuenta estos datos. Se deben seguir los siguientes pasos:

1. Escoger un modelo de cercha y el nodo el cual se pretende analizar.

2. Fijar la base magnética.
3. Instalar el comparador de caratula bajo el nodo, permitiendo que este tome un valor para asegurar el contacto con la chercha y posteriormente seriarlo.
4. Medir las masas de las cargas que se pretenden aplicar e ingresar los datos en la plantilla de cálculo.
5. Tomar los valores presentados y dibujar la curva elástica presentada, en un plano ortogonal con una escala 100 veces mayor horizontal con respecto a la vertical.

5.4.3. Efecto de la simetría o asimetría de cargas para una misma chercha.

Para esto se deben realizar las pruebas necesarias que permitan en un mismo modelo de chercha escogido, poner diferentes condiciones de carga, se recomienda iniciar con una condición simétrica y al menos dos asimétricas. Tomando en cuenta tanto la deformación teórica como la real presentada en el nodo escogido. Los pasos son los siguientes:

1. Escoger un modelo de chercha y el nodo el cual se pretende analizar.
2. Fijar la base magnética.
3. Instalar el comparador de caratula bajo el nodo, permitiendo que este tome un valor para asegurar el contacto con la chercha y posteriormente seriarlo.
4. Medir las masas de las cargas que se pretenden aplicar e ingresar los datos en la plantilla de cálculo.
5. Observar tanto el valor teórico como el real de la deformación y el esfuerzo interno presentado.
6. Repetir los pasos dos, tres y cuatro para cada condición de carga.

6. Conclusiones

A partir de los conceptos teóricos de estabilidad e indeterminación se estudiaron las configuraciones de cerchas. El análisis dio como resultado la configuración de seis modelos de cerchas. De estas se desarrollaron tres tipo puente y tres tipo cubierta. En el grupo de modelos se tiene que todas son estables e indeterminadas. De esta forma se logró cumplir un amplio rango de pruebas para el análisis comparativo de cerchas.

Se ejecutaron pruebas de carga y descarga para cada uno de los seis modelos propuestos. Para todos los casos se utilizaron cargas en todos los nudos de la cuerda inferior. La mayor desviación entre resultados teóricos y reales de las deformaciones se obtuvo para el modelo cercha tipo techo Básica presentado un 66 %. La menor desviación fue para el modelo de cercha Baltimore tipo puente presentando un 20%. El análisis del grupo permite deducir que las cerchas con mayor número de nudos presenta la menor desviación en deformaciones.

En función de los conceptos teóricos se desarrolló una hoja de cálculo muy versátil. Soportándose en los métodos de rigidez para el cálculo de desplazamientos y de la flexibilidad para el cálculo reacciones, lo que permite la solución de cualquier modelo de cercha. Los modelos a estudiar, tienen una restricción en el número de nodos, causada por el espacio disponible en laboratorio. Este factor se debe tener en cuenta en modelos nuevos a desarrollar.

Las pruebas anteriores dieron base para la propuesta de tres distintas pruebas de laboratorio que se pueden desarrollar con los modelos propuestos de manera satisfactoria. Estas son la comprobación del módulo elástico del material, el dibujo de la catenaria presentada en la cuerda inferior, y los efectos de la simetría y asimetría de las cargas impuestas.

7. Recomendaciones

En el desarrollo de clases y la utilización de los modelos es posible ampliar el número de pruebas a desarrollar. Se recomienda su compilación en un manual de laboratorio. Estas pruebas enriquecerían el contenido del micro currículo de la carrera, siendo esto una actualización generada por los mismos estudiantes.

Los modelos pueden ser replicados utilizando materiales diferentes. Las hojas de cálculo presentadas ofrecen los datos para trabajar con aluminio y madera. En el desarrollo de nuevos modelos se recomienda seguir las instrucciones consignadas en el desarrollo del presente trabajo, para la configuración de la matriz de rigidez que se requiera.

El comparador de caratula usado cuenta con un puerto para exportar el archivo digital con los datos registrados. Se puede utilizar esta ventaja, proponiéndose un trabajo interdisciplinario con las carreras del área de informática, que arroje como resultado la automatización del prototipo con el procesamiento de datos en la hoja de cálculo, la cual puede servir como base para el desarrollo de una aplicación en una plataforma más avanzada que relacione directamente los resultados teóricos con los medidos con el instrumento durante las pruebas de carga.

Referencias Bibliográficas

- Bedford, A. (2000). Dinámica: Mecánica para ingeniería (Vol. 1). Pearson Educación.
- Beer, F; y Johnston, R. (2001). Mecánica de materiales. Segunda edición. Santafé de Bogotá: Editorial Nomos S.A.
- Camacho, P; y Romero, T. (2012). Análisis estructural con el método de elementos finitos asistido por computadora. Recuperado de:
<http://biblioteca.unitecnologica.edu.co/notas/tesis/0063284.pdf>
- Félix, J. M. V., & Miguel, J. (2010). Cálculo de estructuras utilizando elemento finito con cómputo en paralelo. Recuperado de: <http://www.cimat.mx/~miguelvargas/Tesis.pdf>
- Flores González, L. (2011). Métodos sin malla como alternativa al método de elementos finitos. Recuperado de: http://cybertesis.uni.edu.pe/bitstream/uni/835/1/flores_gl.pdf
- Fueyo, J. G., Cabezas, J. A., Dominguez, M., & Rubio, M. P. (2009). Análisis de Tensiones en Uniones de Tres Barras de Cerchas Ligeras de Madera Realizadas con Placas-Clavo. Información tecnológica, 20(6), 45-56. Recuperado de:
<http://www.scielo.cl/pdf/infotec/v20n6/art07.pdf>
- Mccorman, Jack ; y Csernak, Stephen. (2013). Diseño de estructuras de acero. Mexico D.F: Alfaomega Grupo Editor, S.A De C.V.
- Mccorman, Jack. (2010). Análisis de estructuras métodos matricial y modal. Cuarta edición. México D.F: Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V.

- Mestas, Santiago (2010). Optimización estructural evolutiva: desarrollo de una aplicación de cómputo para el diseño óptimo de elementos bajo deformación plana. Recuperado de: <http://www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/132.248.52.100/1213/Tesis.pdf?sequence=1>
- Pérez, Jennie. (2010). Construcción de elementos estructurales en concreto. Bogotá D.C: Talleres Editoriales de el Espacio.
- Timoshenko, S. P. G., & James, M. (1974). Mecánica de materiales (No. 620.11 T55mY).
- Toro Duque, J. D. (2007). Vigas y marcos planos analizados por el método de elementos finitos (Bachelor's thesis, Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira). Recuperado de: repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/817/5156T686vm.pdf?...1
- Uribe, Jairo. (2000). Análisis de estructuras. Segunda edición. Santafé de Bogotá: Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería.

Anexos

Anexo 1: Flujo de caja

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE PROTOTIPO PARA PRUEBAS DE CARGA Y EVALUACION DE LAS DEFORMACIONES ELASTICAS EN CERCHAS

	noviembre	diciembre	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio	Total
Placa de concreto (3000 PSI)	\$285.000,00								\$285.000,00
Columnas	\$650.000,00								\$650.000,00
Dinamometros digitales	\$105.000,00								\$105.000,00
Comparador de caratula digital	\$696.000,00								\$696.000,00
Base magnetica	\$119.400,00								\$119.400,00
pesas							\$293.500,00		\$293.500,00
Cerchas							\$561.400,00		\$561.400,00
Computador de mesa							\$299.999,98		\$299.999,98
Mantenimiento							\$50.000,00		\$50.000,00
Mueble							\$150.000,00		\$150.000,00
Total	\$1.855.400,00						\$1.354.900,00		\$3.210.300,16

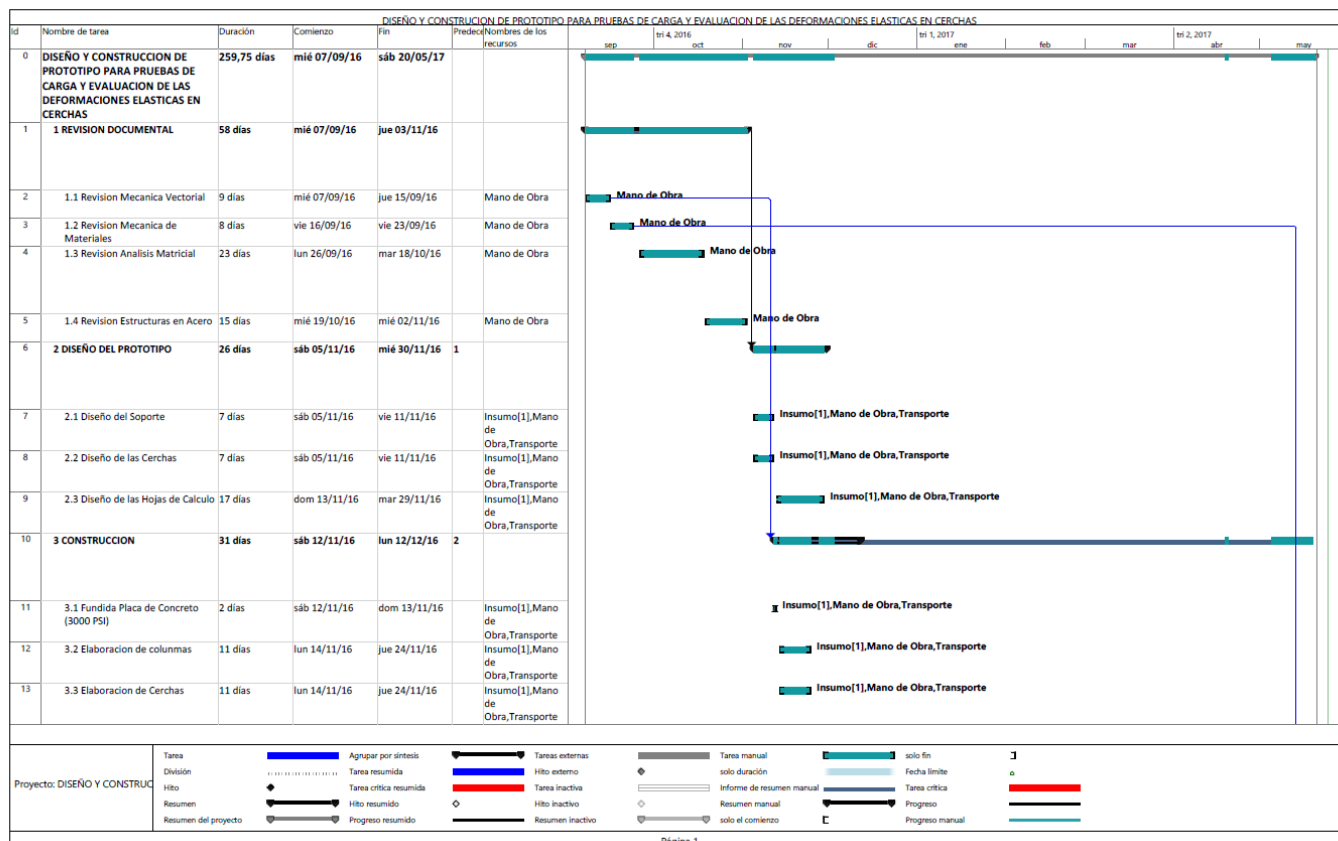
Anexo 2: presupuesto

id	Nombre de tarea	Duración	Comienzo	Fin	Unidad	Cantidad	Valor Unitario	Pres	Nombre de los recursos	Costo	Gantt Chart (Nov-16 to Ago-17)											
0	DISEÑO Y CONSTRUCCION DE PROTOTIPO PARA PRUEBAS DE CARGA Y EVALUACION DE LAS DEFORMACIONES ELASTICAS EN CERCHAS (PRESUPUESTO)	190,25 días	sáb 12/11/16	mié 17/05/17						\$3.210.300,16	[Gantt bar for task 0]											
1	1 MODELO DE SOPORTE	13 días	sáb 12/11/16	jue 24/11/16		4	\$935.000,00			\$935.000,00	[Gantt bar for task 1]											
2	1.1 Placa de concreto (3000 PSI)	1 día	sáb 12/11/16	sáb 12/11/16	UND	1	\$285.000,00		Insumo[1];Mano de Obra;Transporte	\$285.000,00	[Gantt bar for task 2]											
3	1.2 Columnas	11 días	lun 14/11/16	jue 24/11/16	UND	1	\$650.000,00		Insumo[1];Mano de Obra;Transporte	\$650.000,00	[Gantt bar for task 3]											
4	2 INSTRUMENTOS	13 días	sáb 12/11/16	jue 24/11/16			\$920.400,00			\$920.400,00	[Gantt bar for task 4]											
5	2.1 Dinamómetros digitales	13 días	sáb 12/11/16	jue 24/11/16	UND	3	\$35.000,00		Insumo[1];Mano de Obra;Transporte	\$105.000,00	[Gantt bar for task 5]											
6	2.2 Comparador de caratula digital	8 días	sáb 12/11/16	mié 23/11/16		1	\$696.000,00		Insumo[1];Mano de Obra;Transporte	\$696.000,00	[Gantt bar for task 6]											
7	2.3 Base magnetica	13 días	sáb 12/11/16	jue 24/11/16	UND	1	\$119.400,00		Insumo[1];Mano de Obra;Transporte	\$119.400,00	[Gantt bar for task 7]											
8	3 CARGAS PUNTUALES	2 días	lun 15/05/17	mié 17/05/17		1	\$293.500,00			\$293.500,00	[Gantt bar for task 8]											
9	3.1 pesas	2 días	lun 15/05/17	mié 17/05/17	UND	1	\$293.500,00		Insumo[1];Mano de Obra;Transporte	\$293.500,00	[Gantt bar for task 9]											
10	4 CERCHAS	2 días	lun 15/05/17	mié 17/05/17		1	\$561.400,00			\$561.400,00	[Gantt bar for task 10]											
11	4.1 Cerchas	2 días	lun 15/05/17	mié 17/05/17	UND	1	\$561.400,00		Insumo[1];Mano de Obra;Transporte	\$561.400,00	[Gantt bar for task 11]											
12	5 EQUIPO INFORMATICO	2 días	lun 15/05/17	mié 17/05/17		10	\$500.000,00			\$500.000,00	[Gantt bar for task 12]											
13	5.1 Computador de mesa	2 días	lun 15/05/17	mié 17/05/17	UND	1	\$300.000,00		Insumo[1];Mano de Obra;Transporte	\$300.000,00	[Gantt bar for task 13]											
14	5.2 Mantenimiento	2 días	lun 15/05/17	mié 17/05/17	GLB	1	\$50.000,00		Insumo[1];Mano de Obra;Transporte	\$50.000,00	[Gantt bar for task 14]											
15	5.3 Mueble	2 días	lun 15/05/17	mié 17/05/17	GLB	1	\$150.000,00		Insumo[1];Mano de Obra;Transporte	\$150.000,00	[Gantt bar for task 15]											

Proyecto: DISEÑO Y CONSTRUCCION Fecha: mar 23/05/17	Tarea		Agrupar por síntesis		Tareas externas		Tarea manual		solo fin		Retrasada
	División		Tarea resumida		Hito externo		solo duración		Fecha límite		Progreso
	Hito		Tarea crítica resumida		Tarea inactiva		Informe de resumen manual		Tarea crítica		Margen de demora
	Resumen		Hito resumido		Hito inactivo		Resumen manual		Tareas críticas		Manual Progress
Resumen del proyecto		Progreso resumido		Resumen inactivo		solo el comienzo		División crítica			

Página 1

Anexo 3: Cronograma de actividades



Anexo 4: glosario

Asimetría: es una propiedad de determinados cuerpos, dibujos, funciones matemáticas y otros tipos de elementos en los que, al aplicarles una regla de transformación efectiva, se observan cambios respecto al elemento original.

Axial: hace referencia al eje; situado en él o sobre él.

Carga Puntual: Es la carga que actúa sobre un área muy pequeña o un punto muy concreto de una estructura.

Catenaria: Forma curva que adopta un cable flexible al ser suspendido de dos puntos que no se encuentran en la misma vertical.

Cercha: Estructura o armadura de cubierta que sirve de base para la construcción de arcos, bóvedas y otras estructuras.

Comparador de caratula: es un instrumento de medición que permite medir las deformaciones de un objeto.

Cubierta: Son estructuras de cierre superior, que sirven como Cerramientos Exteriores, cuya función fundamental es ofrecer protección al edificio contra los agentes climáticos y otros factores, para resguardo, darle intimidad, aislación acústica y térmica, al igual que todos los otros cerramientos verticales.

Deformación: Se conoce como deformación cuando un cuerpo cambia de tamaño y de forma a través de un esfuerzo interno producido o a través de fuerzas efectuadas sobre él.

Dinamómetro: es un instrumento utilizado para medir fuerzas o para pesar objetos.

Elementos finitos: es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy complejas utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.

Equilibrio estático: un estado estacionario en el cuál la posición relativa de los componentes de un sistema no cambia con el tiempo o se mueven todos a una velocidad constante.

Esfuerzo: Es la Fuerza que actúa sobre un cuerpo y que tiende a deformar un cuerpo.

Estructura: Entidad física de carácter unitario, concebida como una organización de cuerpos dispuestos en el espacio de modo que el concepto del todo domina la relación entre las partes

Excel: Es un programa informático desarrollado y distribuido por Microsoft Corp. Se trata de un software que permite realizar tareas contables y financieras gracias a sus funciones, desarrolladas específicamente para ayudar a crear y trabajar con hojas de cálculo.

Flexibilidad: Es la relación entre los esfuerzos aplicados y los desplazamientos obtenidos en un sólido deformable.

Fuerza: Es una magnitud vectorial que mide la razón de cambio de momento lineal entre dos partículas o sistemas de partículas.

Matriz: Es un conjunto ordenado en una estructura de filas y columnas.

Modulo elástico: Es un tipo de constante elástica que involucra una medida relacionada con la tensión y una medida relacionada con la deformación.

Puente: Es una construcción destinada a salvar un accidente geográfico u otro obstáculo físico como un río, vía férrea, carretera, o cualquier otro tipo de obstrucción al paso peatonal o vehicular.

Resistencia: *Es la capacidad de un cuerpo, elemento o estructura de soportar cargas de sin colapsar.*

Rigidez: *Es la propiedad de un cuerpo, elemento o estructura de oponerse a las deformaciones. También podría definirse como la capacidad de soportar cargas o tensiones sin deformarse o desplazarse excesivamente.*

Simetría: Es la **correspondencia exacta que se verifica en la forma, el tamaño y la posición de las partes de un objeto considerado como un todo.**

Soldadura: Es un proceso de fijación en donde se realiza la unión de dos o más piezas de un material, (generalmente metales o termoplásticos), usualmente logrado a través de la coalescencia (fusión), en la cual las piezas son soldadas fundiendo, se puede agregar un material de aporte (metal o plástico), que, al fundirse, forma un charco de material fundido entre

las piezas a soldar (el *baño de soldadura*) y, al enfriarse, se convierte en una unión fija a la que se le denomina cordón.

Superposición: la secuencia en la aplicación de las cargas no altera los resultados finales siempre que no se violen los dos principios previos, es decir, el de las pequeñas deflexiones y el de linealidad.

Techo: podemos decir que se trata de una sumatoria de capas, las que en forma conjunta protegen al ambiente interior de los factores externos.