Trabajo para Optar al Título de Especialista En Finanzas

Comparación de las acciones de mejor rendimiento transadas en el MILA, con un portafolio óptimo de cada país miembro.

Autores: Herny Herrera, Nazly Moreno

Directora: Diana C. Ferreira

Corporación Universitaria Minuto de Dios

Facultad de Ciencias Empresariales

Bogotá, Colombia

2018

Introducción

El objetivo de esta investigación es diseñar un portafolio a través de la Teoría de Markowitz con activos del MILA, para compararlo con los índices de cada uno de los países miembros enfocándose en la obtención de un portafolio optimo diversificado en una combinación de las veinte acciones de las empresas emisoras más valorizadas en cada uno de los países del MILA, Chile, Colombia, Peru y Mexico.

La comparación que realiza en este trabajo busca mejorar las opciones para los inversionistas, basado en la teoría de portafolios de Harry Markowitz (1952), con el fin de determinar si las acciones ofrecidas en el MILA ofrecen mejores rendimientos que los obtenidos en cada mercado local. La teoría de Markowitz tiene ventajas sobre la teoría clásica ya que permite integrar los rendimientos de los activos con los factores de riesgo.

En el desarrollo de este trabajo se realizó la estimación de la matriz de covarianzas por medio de métodos robustos y de reducción que permitieron disminuir la volatilidad del portafolio al disminuir la incidencia de valores atípicos, para acciones de los países miembros del mercado integrado latinoamericano Vera (2013).

Planteamiento del Problema

Un inversionista tiene la posibilidad de invertir no solo en el mercado local, sino también en mercados globales. Con la aparición del mercado integrado latinoamericano, MILA: Chile, Colombia, Perú y México, que buscan explotar una integración financiera con beneficios de diversificación para los inversionistas.

La incertidumbre producida por la fluctuación de los precios de las acciones en los mercados conlleva a que los inversionistas utilicen diversos mecanismos de análisis, tales como fundamental, técnico y complejos métodos de diagnóstico en busca de predecir los precios futuros de las acciones y así tomar decisiones de inversión.

Una de las teorías más usadas para diversificar portafolio desde su aparición, Markowitz (1952) quien elaboró un modelo matemático para selección de portafolios eficientes basado en el riesgo y el rendimiento esperado. Este método usa la matriz de varianzas y covarianza, con lo que fundamentó la base de la teoría de construcción de portafolios que se utiliza. Este método usa los rendimientos históricos de las series, produciendo sesgos importante de los supuestos que se hacen sobre los activos históricos, como son el supuesto de normal, lo cual en muchos casos no ocurre. Por tal motivo se plantea construir un portafolio por medio de la metodología de Markowitz que haga uso de las matrices de riesgo basadas en estimaciones robustas a los cambios en los precios de las acciones.

Justificación

Desde su aparición en 2011el MILA busca lograr un mercado único en Latinoamérica, dando a los inversionistas la oportunidad de diversificar sus portafolios en un mercado más amplio, por tal motivo se hace pertinente evaluar si existen diferencias de rentabilidad entre invertir en el índice bursátil de cada país o en un portafolio construido con activos del MILA.

Objetivo General

Diseñar un portafolio con activos del MILA (Mercado Integrado Latinoamericano) para compararlo contra los índices bursátiles de cada uno de los países miembro con el fin de determinar si es más rentable invertir en el MILA o en la bolsa local.

Objetivos Específicos

Revisar la literatura de estimadores robustos de la matriz de varianza con el fin de identificar los métodos de estimación mas solidos ante la presencia de datos atípicos.

Aplicar el modelo de Markowitz (1952) a un portafolio de acciones del MILA usando estimadores robustos en las matrices de covarianza.

Comparar el rendimiento del portafolio MILA contra los índices de cada país miembro para identificar los países que presentan ventajas de inversión sobre el MILA.

Marco Teórico

Regularmente los inversionistas buscan las opciones más rentables dependiendo su perfil de riesgo, por lo que se hace importante modelos que permitan integrar el riesgo y la rentabilidad, por lo que los inversionistas diversifican sus portafolios con el fin de reducir el riego, manteniendo la mayor rentabilidad. Es así como el mercado integrado latino americano se presenta como una buena opción para que inversionistas puedan diversificar sus portafolios.

Markowitz, (1952) fue el primero en desarrollar una teoría de diversificación de portafolios. Según el método de Markowitz se debe tener una cartera eficiente, que proporciona alta rentabilidad para un riesgo dado, llevando al máximo la rentabilidad esperada por los inversionistas.

Marco Conceptual

Conceptos Básicos

Estimador: un estimador es un estadístico (esto es, una función de la muestra) usado para estimar un parámetro desconocido de la población.

Robustez estadística: es una aproximación alternativa a los métodos estadísticos clásicos. El objeto es producir estimadores que no sean afectados por variaciones pequeñas respecto a las hipótesis de los modelos.

Eficiencia: Un estimador es más eficiente o más preciso que otro estimador, si la varianza del primero es menor que la del segundo.

Conceptos Básicos de la Teoría de Selección de Portafolio.

La teoría de portafolio establece que solo se debe tener en cuenta el riesgo y el retorno esperado

Estimación del retorno y riego de un activo individual

$\acute{r} = E(R) = \sum_r rf(r)$ para r variables aleatorias discretas

$\acute{r} = E(R) = \int rf(r)\,dr$ para r variables aleatorias continuas

Donde $f(r)$ denota la función de probabilidad de retorno.

$\sigma^2 = \sum_r (r - \acute{r})^2 f(r)$ para r variables aleatorias discretas

$\sigma^2 = E(R) = \int (r - \acute{r})^2 f(r)\,dr$ para r variables aleatorias continuas

Adicional al riesgo y al rendimiento esperado, la teoría requiere el cálculo de las relaciones entre los rendimientos de estos activos. Para este cálculo se puede emplear la covarianza o el coeficiente de correlación. La covarianza entre retornos de las parejas de activos X e Y se determina como:

$\sigma_{xy} = E(r_x - \acute{r}_x)(r_y - \acute{r}_y)$ y el coeficiente de correlación $\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y \sigma_x}$

El coeficiente de correlación ρ es una medida que varía en el intervalo [-1, 1] . Un valor $\rho = -1$ indica una perfecta relación lineal negativa, mientras que un valor de ρ = +1 indica una perfecta relación lineal positiva entre los retornos de X y Y.

Un portafolio constituido por n activos individuales se puede representar mediante un vector de n elementos: $[w_1, w_2 \cdots, w_n]^T$ tal que $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ El elemento w_i indica la tasa de participación del activo individual $i$en el portafolio.

La esperanza matemática del rendimiento de un portafolio resulta ser el promedio de los n rendimientos esperados individuales, ponderados por la participación de cada activo individual en el portafolio:

$$E(r_p) = \acute{r}_p = E\left(\sum_{i=1}^{n} r_I w_i\right) = \sum_{i=1}^{n} E(r_i) w_i = \sum_{i=1}^{n} \acute{r}_i w_i = W^T \acute{r}$$

La varianza del portafolio se puede expresar como sigue

$$\sigma_p^2 = E\left(r_p - \acute{r}_p\right)^2 = E$$

$$E$$

$$E\left(r_p - \acute{r}_p\right)^2 = E\left[\sum_{i=1}^{n} w_i (r_I - \acute{r}_I) \sum_{J=1}^{n} w_J \left(r_J - \acute{r}_J\right)\right]$$

$$E\left(r_p - \acute{r}_p\right)^2 = E\left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{J=1}^{N} w_i w_J (r_I - \acute{r}_I)\left(r_J - \acute{r}_J\right)\right]$$

$$E\left(r_p - \acute{r}_p\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{J=1}^{N} w_i w_J \, E\left[(r_I - \acute{r}_I)\left(r_J - \acute{r}_J\right)\right]$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{J=1}^{N} w_i w_J \, \sigma_{IJ}$$

Donde i y j representan dos activos individuales del portafolio, w_i y w_j sus participaciones en el portafolio, y σ_{IJ} la covarianza entre sus retornos.

La varianza del portafolio también puede representarse matricialmente como:

$$\sigma_p^2 = W^T \sum W^T$$

Donde $\sum$ representa la matriz de varianzas y covarianzas de los retornos de los activos del portafolio.

Estimaciones Robustas de la Matriz de Covarianza

Para efectos de este trabajo no se definirán los conceptos de estimadores robustos, para esto se remite a Melo (2015) y Vera (2013). Solamente mencionamos que las matrices de covarianza y correlación son muy sensibles a datos extremos, y en presencia de éstos las varianzas tienden a inflarse y las correlaciones tienden a los valores límites. Los estimadores robustos tienen como objetivo disminuir estos efectos. Primero se examinan los estimadores robustos de la matriz de covarianza. Los utilizados en este estudio son:

1. Matriz de Covarianza de Determinante Mínimo (MCD)
2. Estimador de Elipsoide de Volumen Mínimo (MVE)
3. Estimador Ortogonalizado de Gnanadesikan-Kettenring (OGK)
4. El estimador de máxima verosimilitud de la matriz de covarianza de la distribución t multivariada (t.rob)
5. El estimador con base en la Inferencia Bayesiana: Modelo Normal Multivariado (By.NM)
6. El estimador con base en la Inferencia Bayesiana: Modelo t-student Multivariado (By.tM)

Según Venables & Ripley (2002), [11], pag. 337, si hay n observaciones y p variables, el estimador MVE se calcula a partir de la búsqueda de las $h = (n + p + 1)/2$ observaciones determinadas por el elipsoide de mínimo volumen. Y el MCD se determina a partir de las h observaciones cuya matriz de covarianzas tenga el menor determinante. En cada caso el estimador de localización es el promedio de estas$h$observaciones y el estimador de la matriz de covarianzas es la correspondiente matriz de covarianzas.

Determinante de covarianza mínima (MCD)

El objetivo del determinante de covarianza mínima (MCD) es encontrar las h observaciones, de las n, cuya matriz de covarianza clásica tenga el menor determinante. El estimador del vector de medias por MCD está dado por el promedio de estos h vectores $\left(\frac{n}{2} < 2 < h < n\right)$ y la dispersión estimada está dada por su matriz de covarianza.

El procedimiento de cálculo considera construir grupos de datos con observaciones elegidas aleatoriamente y ampliándose hasta que el determinante sea positivo. Luego, se calculan las distancias de los elementos respecto a la matriz de covarianza inicial. Como siguiente paso, se ordena la serie y con las menores distancias se obtiene un nuevo estimador de μ y ∑ que tiene el menor determinante.

Elipsoide de Volumen mínimo (MVE)

Sea una muestra aleatoria $(x_1, \ldots, x_n)$ del vector k-dimensional X, tal que $E[X] = \mu$ y $Var[X] = \sum$. El estimador por elipsoide de Volumen mínimo (MVE) tiene por objetivo encontrar h elementos de la muestra en un elipsoide que contenga el menor volumen posible. Luego, se estima μ y ∑ con estos h puntos. Adicionalmente, se espera que la mayoría de los datos provenga de una distribución normal.

El estimador MVE considera un primer subconjunto de alrededor del 50% de las observaciones de un elipsoide que tenga el menor volumen posible. Luego, se calculan las distancias de Mahalanobis de los elementos del subconjunto hallado y se descartan a las de mayor distancia, que son considerados como atípicos. Con las h observaciones restantes se calcula un estimador para μ y para∑.

Estimador Ortogonalizado de Gnanadesikan y Kettenring (OGK)

El estimador ortogonalizado de Gnanadesikan y Kettenring (OGK) está basado en un estimador robusto de la covarianza $\sum_{ij} = Cov(X_j, X_k)$ propuesto por Gnanadesikan y Kettenring (1972). Este método se fundamenta en la siguiente relación:

$$Cov(X_j, X_k) = \frac{1}{4}\left(Var[X_j + X_k] - Var[X_j - X_k]\right)$$

El estimador de Gnanadesikan y Kettenring se basa en usar esta relación considerando un estimador robusto de las varianzas $Var[X_j + X_k]$ y $Var[X_j - X_k]$. Usualmente, se considera el rango intercuartílico y la mediana de las desviaciones absolutas convenientemente escaladas para que sean un estimador de la varianza.

El estimador de máxima verosimilitud de la matriz de covarianza de la distribución t multivariada (t.rob)

Este método estima una matriz de covarianza asumiendo que la muestra $x_1, x_2, \dots, x_n$ viene de una distribución t-student multivariada: $X \sim t_v(\mu, \sum)$. En esta distribución, μ es el parámetro de localización, ∑ es el parámetro de escala y ν es el parámetro de forma o también conocido como los grados de libertad.

Para los modelos basados en la distribución t-student multivariada se considerará usar $\nu = 3$ con el objetivo de aprovechar la robustez de ésta a los datos extremos Divgi (1990). Sabemos que la distribución t-student con grado de libertad finito es la Normal de media 0 y varianza 1 ($N(0,1)$) pero esta con pocos grados de libertad muestra insensibilidad a los datos extremos cuyas propiedades queremos usar. En este caso la función de log-verosimilitud Tanner (1993) es dada por:

$$logL = constante - \frac{n}{2}log|\Sigma| - \frac{\nu + n}{2}\sum_{i=1}^{n} log\left[1 + \frac{(x_i - \mu)^T \Sigma^{-1}(x_i - \mu)}{\nu}\right]$$

Que sirve para encontrar el Estimador de Máxima Verosimilitud, vale decir los valores de μ y ∑ que maximicen la $logL$.

El estimador con base en la Inferencia Bayesiana: Modelo Normal Multivariado (By.NM)

La principal diferencia entre la teoría estadística clásica y el enfoque Bayesiano es que éste considera los parámetros como variables aleatorias que son caracterizadas por una distribución a priori Gelman et al. (2004). Esta distribucion a priori es combinada con la verosimilitud con el objetivo de obtener la distribución a posteriori de los parámetros de interés sobre los cuales la inferencia estadística se basa. Se debe considerar que la herramienta principal de la teoría Bayesiana es la teoría probabilística. Según Gelman et al. (2004), la función de verosimilitud de la distribución Normal multivariada para una muestra aleatoria $D = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ es de la forma:

$$p(D \vee \mu, \sum) \propto |\sum|^{\frac{-n}{2}} e^{\frac{-1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^T \Sigma^{-1}(x_i - \mu)} = \sum \vee \quad ^{\frac{-n}{2}} e^{\frac{-1}{2}tr(\Sigma^{-1} S)}$$

donde S se define como:

$$S = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)\,(x_i - \mu)^T$$

Por otra parte, se consideran las siguientes distribuciones a priori no informativas:

$$\mu \sim Normal(\mathbf{0}_n, 10000\mathbf{I}_n)$$
$$\Sigma \sim IW(\mathbf{I}_n, n)$$

con μ y Σ independientes e I_n es la matriz identidad de orden n y donde $W \sim IW(a, b)$ denota que Wtiene una matriz aleatoria con distribución Inversa Wishart y cuya función de densidad es:

$$f(W \mid a, b) = \frac{|a|^{\frac{b}{2}}}{2^{\frac{bn}{2}}\Gamma_n(\frac{b}{2})} |W|^{-\frac{(b+n+1)}{2}} e^{-\frac{1}{2}tr(aW^{-1})}$$

Donde $\Gamma_n(.)$es la función gamma multivariada. La denición de estas distribuciones a priori y de los hiper-parámetros siguen las ideas dadas en Ntzoufras (2009) donde se expone que, por lo general, no siempre se dispone de un conocimiento previo de un problema y que, en este caso, se requiere especificar una distribución a priori que no influya en la distribución a posteriori y "dejar que los datos hablen por sí mismos". Por ello, se presenta la distribución a priori para μ como Normal con media 0 y varianza grande.

El estimador con base en la Inferencia Bayesiana: Modelo t-student Multivariado (By.tM)

Según Liu (1994), en la distribución $tv(\mu, \Sigma)$, μ, $\sum$ y ν son respectivamente la localización, escala y parámetros de forma de la distribución t. La función de verosimilitud de la distribución t-student multivariada para una muestra aleatoria $D = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ es de la forma:

$$p(D \vee \mu, \sum, v) \propto \prod_{i=1}^{n} \frac{\Gamma\left[\frac{v+p}{2}\right]}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)^{\frac{-vp}{2}} \sum \vee \quad ^{\frac{1}{2}}\left[1+\frac{1}{v}(x_i-\mu)^T \sum^{-1}(x_i-\mu)\right]^{\frac{v+p}{2}}}$$

Por otra parte, se consideran las siguientes distribuciones a priori no informativas:

$$\mu \; Normal(0_{n,} I_n)$$
$$\sum IW(I_n, n)$$
$$v = 3$$

con μ y Σ independientes e In es la matriz identidad de orden n y donde W ∼ IW(a, b) denota que Wtiene una matriz aleatoria con distribución Inversa Wishart y cuya función de densidad es:

$$f(W \mid a, b) = \frac{|a|^{\frac{b}{2}}}{2^{\frac{bn}{2}} \Gamma_n(\frac{b}{2})} |W|^{-\frac{(b+n+1)}{2}} e^{-\frac{1}{2} tr(aW^{-1})}$$

Donde $\Gamma_n(.)$ es la función gamma multivariada.

La definición de estas distribuciones a priori y de los hiper-parámetros, a excepción de ν, siguen las ideas dadas en Ntzoufras (2009) donde se expone que, por lo general, no siempre se dispone de un conocimiento previo de un problema y que, en este caso, se requiere especificar una distribución a priori que no influya en la distribución a posteriori y "dejar que los datos hablen por sí mismos". Por ello, se presenta la distribución a priori para μ como Normal con media 0 y varianza grande.

Diseño Metodológico

Según Giraldo, Osorio y Valencia (2010) los estimadores robustos de las matrices de covarianza presentan cierta ventaja sobre las estimaciones clásicas presentando una reducción evidente en la reducción de la volatilidad de los activos. De aquí que para la realización de este trabajo se realizan estimaciones robustas para la matriz de varianzas tales como son el OGK, MCD, MVE, t.rop, by.NM, y by.TM. Estas estimaciones se usaran para construir un portafolio eficiente del MILA el cual se usara para compararlo con los índices bursátiles (IPSA,COLCAP, IGBVL y BMV) de cada país miembro del MILA, con el fin de determinar cuál de los mercados genera mejor rendimiento, las series de datos estudiadas comprende el periodo de 2017 a abril de 2018.

Resultados

Revisión Bibliográfica

Con la aparición de la teoría moderna de Portafolios desarrollada por Markowitz, la cual esta basada en el uso de las matrices de varianza y covarianza, desde entonces se ha venido trabajando por obtener matrices que no se dejan influenciar de manera drástica por la aparición de valores atípicos en los precios de las series, dada su naturaleza cambiante al estar expuestas a todas las especulaciones del mercado.

Montaño (2009) en su trabajo de estimaciones robustas para el vector de Media y la matriz de varianza y covarianza de vectores aleatorios multivariados, realizo un análisis del método clásico de estimación de la Matriz de varianza y covarianza contra métodos robustos de estimación, donde demostró que los métodos clásicos se comportan muy bien cuando los supuestos naturales de los datos se cumplen y que a pequeñas variaciones en estos supuestos las estimaciones eran poco acertadas, mientras que los métodos robustos como son M-multivariado, S Bicuadratico Multivariado, S T-Bicuadratico, Covarianza de mínimo determinante (MCD) y Stathel-Nonoho (DS) presentan estimaciones con poco error y por tanto más cercanas a la realidad, además estos con un tamaños de muestra relativamente grandes, el resultado es similar.

Hualpa (2012) propone como metodología el uso de las matrices covarianza de mínimo determinante MCD, para la estimación robusta de la matriz de varianza y covarianzas, en el marco de análisis de componentes principales (APC) con aplicaciones bilógicas en presencia de datos atípicos a fin de comparar la metodología clásica con la metodología robusta MCD en la estimación de las componentes principales. Donde se concluye que los resultados del ACP con el MCD explican mejor la variabilidad ante la presencia de datos atípicos.

Giraldo, Osorio y Valencia (2010) mostraron las ventajas que conlleva aplicar métodos de estimación robustos para la matriz de covarianza para el proceso de estimación de portafolios óptimos de inversión, y concluyen que con estos métodos reduce la volatilidad del portafolio.

De acuerdo a lo que hemos visto en la literatura estudiada los estimadores robustos mejoran las estimaciones de la matriz logrando portafolios más confiables, y de acuerdo con Venables y Ripley (2002) observa en la pag. 337: "MCD is to be preferred for its higher statistical efficiency". Motivo por el cual en este trabajo se usó el estimador MCD para la obtención de un portafolio eficiente en el MILA.

Análisis de Resultados.

En el desarrollo de este trabajo se tomaron las 20 acciones más negociadas en las bolsas de valores de Colombia, Chile, Perú y México para el periodo que comprende de enero de 2017 a mayo de 2018, en acuerdo con los principales índices de cada país para un total de 345 datos.

Los históricos diarios de los precios de las acciones para cada uno de los países fueron tomados de la página de investing.com para el periodo que comprende desde enero de 2017 a mayo de 2018, para cada una de las acciones se construyó una matriz de rendimientos diarios de las acciones.

Correlación	COLCAP	IPSA	IGBVL	IGBMV
COLCAP	1	0,844	0,753	0,297
IPSA	0,844	1	0,879	0,277
IGBVL	0,753	0,879	1	-0,078
IGBMV	0,297	0,277	-0,078	1

Tabla 1: Matriz de correlaciones de los índices de los países MILA.
Fuente: Elaboración propia

Prueba de hipótesis.

La prueba de hipótesis consiste en determinar la existencia de diferencias significativas entre los índices de los países miembros del MILA contra el índice propio. Tenemos cuatro pruebas para determinar cada diferencia como se expresaran a continuación

Hipótesis 1: $H_0: \beta_{CHILE} = \beta_{MILA}$ Vs $H_1: \beta_{CHILE} \neq \beta_{MILA}$
Hipótesis 2: $H_0: \beta_{COLOMBIA} = \beta_{MILA}$ Vs $H_1: \beta_{COLOMBIA} \neq \beta_{MILA}$
Hipótesis 3: $H_0: \beta_{PERU} = \beta_{MILA}$ Vs $H_1: \beta_{PERU} \neq \beta_{MILA}$
Hipótesis 4: $H_0: \beta_{MEXICO} = \beta_{MILA}$ Vs $H_1: \beta_{MEXICO} \neq \beta_{MILA}$

Para efectos de las de hipótesis planteadas se encontró que los supuestos de normalidad para los datos no se cumplen, por lo que se asumirá normalidad por la distribución asintótica de los datos en muestras grandes $(n > 30)$. Para comparar la existencia de diferencias se usa la estadística $t - student$ Cepeda cap. 6 pag. 128 (2015).

	Hipótesis			
	1	2	3	4
Tamaño	340	340	340	340
Estadístico	-181,63	-183,72	138.,2	326,15
Valor P	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Decisión	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza

Tabla 2: Resultados de las pruebas de hipótesis de los índices de cada país miembro contra el índice del MILA.
Fuente: Elaboración propia R-Project 3.0

A la luz de los resultados de la tabla 2 podemos decir que se encuentran diferencias significativas de los índices bursátiles de Chile, Colombia, Perú y México contra el índice del MILA. Se halla esta diferencia pese a las altas correlaciones evidenciadas en la tabla 1 entre los países que integran al MILA.

País	Rendimiento $E(r_p)$	Riego (S_p)
MILA	16,19%	82,7052%
COLOMBIA	10,49%	85,7023%
CHILE	13,51%	85,3339%

PERU	18,50%	95,9852%
MEXICO	4,22%	118,9634%

Tabla 3: Portafolios óptimos de Chile, Colombia, Perú y México (2 acciones) y combinación de portafolios de frontera eficiente para el MILA.
Fuente: Elaboración propia R-Project 3.0

De acuerdo con los resultados en la tabla 3 al invertir en Colombia se puede obtener una rentabilidad media de 10.5% y con un riesgo de perder su dinero por la variación de los activos de 85.7%, un inversionista Chileno puede obtener una rentabilidad del 13.5% con un riesgo del 85.3%, es decir menor rentabilidad que un portafolio del MILA. El inversionista Peruano puede obtener una rentabilidad 18.5% con un riesgo del 95.9% y mercado con la mas baja rentabilidad es el mexicano con una rentabilidad del 4.2% y riesgo del 118.9%. Donde podemos notar que el mayor rendimiento encontrado es para los inversionistas peruanos respecto al portafolio construidos con activos conjuntos de los países miembros encontramos que el rendimiento para le MILA es de 16,18% con un riesgo del 82.7 lo cual ubica el al MILA con el segundo mejor rendimiento, quedando por encima de países como Colombia, Chile y México. En cuanto al riesgo presente de invertir en Perú es más elevado que el encontrado al invertir en el MILA por lo que el MILA a comparación del mercado peruano presenta un escenario más conservador.

Conclusiones

Un portafolio diversificado conformado con acciones de Chile, Colombia, Perú y México países miembros del mercado integrado latinoamericano, permite una inversión eficiente para accionistas de Chile, Colombia y México, puesto que les brinda la oportunidad de tener un mejor rendimiento a menor riesgo. Permitiéndole al inversionista Colombiano 16.9%, al chileno de

13,5% y mexicano 4.2% pasar a un portafolio con rendimiento del 16.9% y un riesgo del 82.7% .

Referencias bibliográficas

Gelman Andrew, Carlin. Jhon et all. (2004). Bayesian Data Analysis. *Chapman and Hall*.

Divgi, D. (1990). Robust estimation using student's T distribution. *Center for Naval Analyses*, pp 1-11.

Kettenring, R. Gnanadesikan. R. (1972). *Robust Estimates, Residuals, and Outlier Detection with Multiresponse Data*. *JOURNAL* (2nd ed.). Chapman & HallCRC.

Liu, C. (1994). Statistical Analysis Using the Multivariate t Distribution. *Harvard University, Tesis de D*.

Vera Alverto (2013). portafolios óptimos bajo estimadores robustos clásicos y bayesianos con aplicaciones al mercado peruano de acciones. *universidad católica del perú*, *Trabjo de*, 59. Retrieved from http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/6172/VERA_CHIPOCO_ALBERTO_PORTAFOLIOS_OPTIMOS.pdf?sequence=1

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, *7*(1), 77–91. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x

Melo Angela (2015). Conformación de portafolios óptimos de inversión a través de métodos de estimación robusta, un estudio comparativo. *Universidad Nacional de Colombia*, 113. Retrieved from http://www.bdigital.unal.edu.co/49558/

Ntzoufras, I. (2009). Bayesian Modeling Using WinBUGS. *Wiley*.

Tanner, M. A. (1993). *Tanner, M. (1993). Tools for Statistical Inference: Methods for the*

Exploration Distributions and Likelihood Functions, Springer. Springer.

Venables, W. N., & Ripley, B. D. (2002). Modern Applied Statistics With S. *Technometrics*, *45*(1), 111–111. https://doi.org/10.1198/tech.2003.s33

Norman Giraldo, Ledwing Osorio y Estevan Valencia. (2010) Una Aplicación de estimadores robustos de matrices de covarianza en fianazas. Estadistica Aplicada: Didacatica de la estadistica y merodos aplicadosen problemas socioeconimicos.

Venables, W. N. y Ripley, B.D. (2002) Modern Applied Statistics with S Springer Verlag, Heildelberg.

Edilverto Cepeda C. (2015) Estadística Matemática, 128- 130.